

**ТФКП И ОПЕРАЦИОННОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ**

Для студентов факультетов «Э» 2 курса , 4 семестра

2016-2017 уч. г. (специалисты и бакалавры)

Дисциплина состоит из 2-х учебных модулей и зачета

**Модуль 1 «Теория функций комплексного переменного»**

Виды аудиторных занятий и самостоятельной работы	Сроки проведения или выполнения, недели	Трудоёмкость, часы	Примечание
<u>Лекции</u>	1-9	17	
<u>Упражнения</u>	1-9	17	
<u>Домашние задания текущие</u>	1-9	10	
Контроль по модулю №1	10	3	

**Модуль 2 «Ряды Фурье и операционное исчисление»**

Виды аудиторных занятий и самостоятельной работы	Сроки проведения или выполнения, недели	Трудоёмкость, часы	Примечание
<u>Лекции</u>	10-17	17	
<u>Упражнения</u>	11-16	17	
<u>Домашние задания текущие</u>	11-16	10	
Контроль по модулю №3	17	3	

**Модуль 1. Теория функций комплексного переменного****Лекции**

**Лекция 1.** Комплексное переменное, комплексная плоскость. Задание кривых и областей в комплексной плоскости:

$$|z - z_0| \leq R, \quad \arg(z - z_0) = \varphi,$$

$$|z - z_1| + |z - z_2| \leq 2a, \quad |z - z_1| - |z - z_2| \leq 2a.$$

Функция комплексного переменного, ее геометрический смысл. Однозначные и

многозначные функции. Примеры линейной и степенной функции.

Л-2 гл.2 §2; Л-3 гл.1 §2, гл.2 §1,2., Л-1, гл.1,3.

**Лекция 2.** Предел функции комплексного переменного, непрерывность. Производная функции комплексного пе-

ременного, условия Коши-Римана. Аналитичность функции в области, в точке. Гармонические функции, их связь с аналитическими функциями. Восстановление аналитической функции по ее действительной или мнимой части. Геометрический смысл модуля и аргумента производной. Однолистные и многолистные функции.

Л-2 гл.2 §2; Л-3 гл.1 §3,4., Л-1, гл.3,4.

**Лекция 3.** Ряды с комплексными членами. Определение функций  $e^z$ ,  $\sin z$ ,  $\cos z$ ,  $\operatorname{sh} z$ ,  $\operatorname{ch} z$  с помощью степенных рядов. Вывод формул, связывающих эти функции. Логарифмическая функция комплексного переменного, ее свойства: выделение действительной и мнимой части, многозначность, главное значение, область определения. Вычисление значений функций  $e^z$ ,  $\sin z$ ,  $\cos z$ ,  $\operatorname{sh} z$ ,  $\operatorname{ch} z$ ,  $\ln z$ ,  $z^n$ .

Л-2 гл.4 §2,3; Л-3 гл.2 §1,2, гл.3 §1, гл.4 §1. Л-1, гл.3, §3.3,3.5.

**Лекция 4.** Конформные отображения. Основные свойства. Теорема Римана. Конформные отображения элементарными функциями: линейной, дробно-линейной, функцией Жуковского. Показательная функция и логарифм.

Л-1 гл. 9-10; Л-3 гл.6 ;.

**Лекция 5.** Интеграл от непрерывной функции комплексного переменного, его выражение через действительные криволинейные интегралы, основные свойства. Интеграл от аналитической функции комплексного переменного, его независимость от пути интегрирования, формула Ньютона - Лейбница. Теорема Коши для односвязной и многосвязной областей.

Л-2 гл.2 § 4; Л-3 гл.1 § 5, Л-1, гл.5.

**Лекция 6.** Вычисление интегралов вида  $\oint_l (z - a)^n dz$ . Интегральная формула Коши для функции, аналитической в односвязной и многосвязной области. Вывод интегральной формулы производной  $n$ -го порядка. Бесконечная дифференцируемость функции в точке аналитичности  $z_0$ . Вычисление интегралов по замкнутому контуру с помощью интегральной формулы Коши и интегральной формулы  $n$ -ой производной.

Л-2 гл.2 § 4, 5, 6, Л-1, гл.5.

**Лекция 7.** Ряды Лорана, их область сходимости. Теоремы о разложении аналитической функции в кольце в ряд Лорана, аналитической функции в круге в ряд Тейлора. Интегральные коэффициенты ряда Тейлора и ряда Лорана.

Л-2 гл.2 § 4, 6; Л-3 гл.2 § 1-2, , Л-1, гл.6.

**Лекции 8-9.** Изолированные особые точки функции, их классификация. Поведение функции в окрестности различных типов особых точек. Связь нулей функции  $f(z)$  и полюсов функции  $\frac{1}{f(z)}$ . Вычет

функции в изолированной особой точке. Равенство вычета в точке  $z_0$  коэффициенту  $C_{-1}$  ряда Лорана функции  $f(z)$  по степеням  $(z - z_0)$ . Вычисление вычета в полюсе (вывод формулы) и в существенно особой точке. Основная теорема о вычетах. Применение вычетов к вычислению интегралов от функции комплексного переменного по замкнутому контуру и несобственных интегралов в действительной области.

Л-2 гл.4 §1, 2, 3; Л-3 гл.4 § 1, 2 , гл.5 § 1, , Л-1, гл.7,8.

## Упражнения

**Занятие 1.** Действия с комплексными числами (повторение). Геометрия на комплексной плоскости. Функции комплексного переменного и осуществляемые ими отображения.

Ауд.: Л-9, Занятия 1, 2 или Л-5 гл.11  
№11.3 11.4 11.8 11.10 11.11 11.13 11.18  
11.20 11.23 11.35 11.40 11.41.

Дома: Л-9, Занятия 1, 2 или Л-5 гл.11  
№11.1 11.5 11.6 11.7 11.12 11.19 11.21  
11.22 11.36.

**Занятие 2.** Числовые и функциональные ряды с комплексными членами, определение их области сходимости, степенные ряды.

Л-9, Занятие 3 или Л-5 гл.12:

Ауд.: №12.165 12.168 12.181 12.183  
12.189 12.344 12.347 12.348.

Дома: №12.166 12.167 12.174 12.187  
12.192 12.343 12.351 12.246.

**Занятие 3.** Элементарные функции комплексного переменного, вычисление их значений в точке, выделение действительной и мнимой частей. Производная, отыскание аналитической функции по ее действительной или мнимой части.

Л-9, Занятие 4 или Л-5 гл.11:

Ауд.: №11.53 11.55 11.62 11.64 11.65  
11.80 11.112 11.116 11.131 11.132 .

Дома: №11.54 11.56 11.63 11.66 11.67  
11.81 11.113 11.115 11.133 11.135 .

**Занятие 4.** Основные конформные отображения.

Л-9, Занятие 5 или Л-5 гл.11:

Ауд.: № 11.138 11.144 11.146 11.171  
11.184 11.189 11.191 11.193 11.195  
11.199.

Дома: № 11.140 11.145 11.147 11.172  
11.187 11.188 11.194 11.198 11.

**Занятие 5.** Интегрирование функций комплексного переменного.

Л-9, Занятие 6 или Л-5 гл.12:

Ауд.: №11.230 11.233 11.235 11.237  
11.240 11.249 11.251 11.

Дома: №11.231 1.232 11.236 11.238  
11.239 11.250 1.252.

**Занятия 6-7.** Разложение функций в ряды Тейлора и Лорана.

Л-9, Занятие 7 или Л-5 гл.12:

Ауд.: №12.214 12.247 12.226 12.232  
12.234 12.239 12.352 12.366 12.354.

Дома: №12.215 12.216 12.227 12.231  
12.233 12.238 12.245 12.355 12.360  
12.369 12.368.

**Занятие 8.** Особые точки, классификация. Вычисление вычетов в особых точках.

Л-9, Занятие 8 или Л-5 гл.12:

Ауд.: №12.408 12.411 12.415 12.419  
12.420 12.424 12.431.

Дома: №12.409 12.414 12.416 12.421  
12.423 12.426 12.432.

**Занятие 9.** Применение вычетов к вычислению интегралов от функции комплексного переменного по замкнутому

контур и несобственных интегралов в действительной области.

Дома: №12.434 12.436 12.440 12..442  
12.444 12.447 12.459 12.464.

Л-9, Занятие 8 или Л-5 гл.12:

Ауд.: №12.433 12.435 12.439 12.441  
12.443 12.445 12.456 12.459 12.463.

**Занятие 10.** Рубежный контроль по модулю 1 ТФКП.

## Модуль 2. Ряды Фурье и операционное исчисление

### Лекции

**Лекции 10-11.** Ортогональность системы тригонометрических функций на отрезках  $[-\pi, \pi]$  и  $[-l, l]$ . Тригонометрические ряды Фурье и коэффициенты Эйлера-Фурье. Комплексная форма ряда Фурье. Теорема Дирихле (без дока-ва). Разложение в ряд Фурье периодических, четных и нечетных функций. Неполные ряды Фурье. Разложение функций в ряд Фурье на произвольном отрезке длины  $2l$ .

Л-11, гл. 3,4; ОЛ -12, гл.17 ,§ 1-7, Л-13, ч.2, гл.10 , §1 - 4.

**Лекция 12.** Разложение функций по произвольной полной ортогональной системе. Неравенство Бесселя и равенство Парсеваля. Полнота тригонометрической системы.

Л-11, гл. 3,6;

**Лекция 13.** Понятие об интегральном преобразовании. Преобразования Фурье и Лапласа, связь между преобразованиями Фурье и Лапласа. Оригинал и изображение. Теорема о существовании изображения. Поведение изображения в

бесконечно удаленной точке. Единичная функция Хэвисайда и ее изображение.

Л-2 гл.7 §1, 2, 4; Л-3 гл.8 §11; Л-4 гл.1 §1, 2; Л-8 гл. 5 ,§6.1, Л-10 гл.1,2, §1, 2.

**Лекция 14.** Основные теоремы операционного исчисления: линейности, подобия, смещения, запаздывания, о дифференцировании и интегрировании оригиналов и изображений. Теоремы о связи начальных и конечных значений изображения и оригинала. Таблица оригиналов и изображений.

Л-2 гл.7 §2; Л-3 гл.8 §1; Л-4 гл.2 §1-6; Л-8 §6.2., 6.3, Л-10 гл.2, §3.

**Лекция 15.** Нахождение изображения периодического оригинала. Дельта-функция Дирака и ее изображение. Импульсные функции и их изображения.

Л-2 гл.7 §2; Л-3 гл.8 §1; Л-4 гл.3 §1, 4, гл.2 §3; Л-8 §6.2, 6.3, Л-10 гл.2, §3.

**Лекции 16.** Свертка оригиналов и ее изображение. Формулы обращения. Теоремы разложения. Интеграл Дюамеля.

Л-2 гл.7 §2; Л-3 гл.8 §1; Л-4 гл.2 §4, гл.4 §3; Л-8 §6.4, , Л-10 гл.2, §4.

**Лекция 17.** Операционный метод решения линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами и систем таких уравнений.

Л-2 гл.8 §1; Л-3 гл.8 §1, 3; Л-4 гл.5 §1-4; Л-8 §6.5, Л-10 гл.3, §1, 2.

### Упражнения

#### Занятие 11. Ряды Фурье.

Ауд. Л-5, гл.12: №480 482 484 486 488, или ОЛ-14: № 2672 2673 2677 2697 2698.

Дома: Л-5, гл.12: №481 483 485 487, или Л-14: №2671 2674 2695 2696.

#### Занятие 12. Неполные ряды Фурье.

Ауд. Л-5, гл.12: №493 495 497 498, или Л-14: №2683 2684 2687 2689 2702.

Дома: Л-5, гл.12: №494 499 500, или Л-14: №2685 2686 2690 2700.

**Занятия 13-14.** Нахождение изображений и оригиналов.

Л-6: Ауд.: №524 526 529 538 540 546 555 560 564 566 569 573 576 580 613 625 634 635 627.

Дома: №528 536 542 547 563 565 570 574 579 620 633.

или Л-5 гл.13 §1, 2: Ауд.: №13.1 2 6 9 17 20 29 37 47 53 58 74 76 78 79 82 84 86.

Дома: №13.3 7 8 10 19 22 26 30 40 48 52 61 75 77 80 83 85 87.

#### Занятие 15. Теоремы разложения.

Л-5 гл.13 §2: Ауд.: №13.88 90 93 96 98 102 104.

Дома: №13.89 91 94 97 99 101 103.

**Занятие 16.** Применение операционного исчисления к решению линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами и систем таких уравнений.

Л-6: Ауд.: №654 657 665 683 718 720 758.

Дома: №655 666 721 760 762.

или Л-5 гл.13 §3: Ауд.: 13.105 111 114 117 119 129 132 137.

Дома: 13.107 112 115 118 121 130 134 136 138.

**Занятие 17.** Контроль по модулю 2 «Ряды Фурье и операционное исчисление».

## Контрольные мероприятия и сроки их проведения

### Модуль 1.

1. ДЗ №1 часть I

Срок выдачи 1 неделя, срок сдачи –5 неделя

2. ДЗ №1 часть II

Срок выдачи 6 неделя, срок сдачи –10 неделя

3. Контроль по модулю №1 (ПК №1).

Срок проведения – 10 неделя.

### Модуль 2.

1. ДЗ №2 часть I

Срок выдачи 11 неделя, срок сдачи – 13 неделя

## 2. ДЗ №2 часть II

Срок выдачи 14 неделя, срок сдачи –17 неделя

## 3. Контроль по модулю №2 (РК №2) .

Срок проведения – 17 неделя.

## Литература

### *Основная литература*

1. Морозова В.Д. Теория функций комплексного переменного. Под редакцией Зарубина В.С., Крищенко А.П. М.: МГТУ, 2000.
2. Араманович И.Г., Лунц Г.Л., Эльсгольц Л.Э. Функции комплексного переменного. Операционное исчисление. М.: Наука, 1986.
3. Свешников А.Г., Тихонов А.Н. Теория функций комплексного переменного. М.: Наука, 1986.
4. Шостак Р.Я. Операционное исчисление. М.: Высшая школа, 1972.
5. Сборник задач по математике для втузов, т.2. Под редакцией Ефимова А.В., Демидовича Б.П. М.: Наука, 1986.
6. Волков И.К. Канатников А.Н. Интегральные преобразования и операционное исчисление. Под редакцией Зарубина В.С., Крищенко А.П. М.: МГТУ, 1996.
7. Власова Е.А. Ряды. Под редакцией В.С.Зарубина, А.П. Крищенко.- М.: МГТУ.- 2006. 612с. (Серия Математика в техническом университете, вып. IX).

### *Дополнительная литература*

8. Краснов М.Л., Киселев Л.И., Макаренко Г.И. Функции комплексного переменного. Операционное исчисление. Теория устойчивости. Задачи и упражнения. М.: Наука, 1981.
9. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисление для втузов. Т.2, 13изд. - М.: Наука, 1985.- 560с.
10. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Основы математического анализа. Ч.1,2.- М.: Наука. - 1982, 616с.
11. Задачи и упражнения по математическому анализу для втузов. Под ред. Демидовича Б.П.- М.: Интеграл-пресс, 1997.- 416с.

### *Методические пособия*

12. Агаева Э.И., Ершова М.И., Зотина Р.С. Пособие по теории функций комплексного переменного. М.: МГТУ, 1992.
13. Абрагин А.В., Дубровин В.М. Теория функций комплексного переменного. Методические указания к выполнению домашнего задания. М.: МГТУ, 2006.
14. Лошкарев А.И., Облакова Т.В. Интегральные преобразования и операционное исчисление. М.: МГТУ, 2007
15. Нараленков К.М., Шарохина И.В., Тригонометрические ряды Фурье. Методические указания. -М.: Изд. МГТУ, 2005. 40 с
16. Алгазин О.Д., Бутина Т.А., Дубровин В.М. Операционное исчисление. Методические указания. М: МГТУ, 2012.
17. Алгазин О.Д., Облакова Т.В. Ряды и теория функций комплексного переменного. Конспект лекций. М.: МГТУ, 2016.

### *Рекомендуемые Интернет-сайты:*

1. <http://www.mathhelp.spb.ru> - лекции по высшей математике

