МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
им. Н.Э. БАУМАНА

В.В.Витушкин, В.А.Калиниченко, Г.М.Максимов, А.А.Панкратов

Уравнения Лагранжа 2-го рода.

Методические указания
по выполнению курсового задания
по дисциплине «Теоретическая механика»

Под редакцией В.В.Дубинина

Москва
Издательство МГТУ имени Н.Э.Баумана
2014 г.

УДК 521.3

ББК 22.213

Д79

Рецензент А.В.Копаев

Витушкин В.В., Калиниченко В.А., Максимов Г.М., Панкратов А.А. Уравнения Лагранжа 2-го рода: Метод. указания - М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2014. - 35 с.

Данные методические указания разработаны в связи с введением новых учебных планов подготовки бакалавров и специалистов машиностроительных и приборостроительных специальностей, изучающих раздел «Аналитическая механика» в двухсеместровых курсах дисциплины «Теоретическая механика».

Методические указания предназначены для студентов при выполнении курсового задания по теме «Уравнения Лагранжа 2-го рода». Они содержат краткие сведения из теории, пример выполнения и исходные данные вариантов со схемами задач.

ВВЕДЕНИЕ

Настоящее курсовое задание для всех студентов, изучающих раздел «Аналитическая механика», заключается в обязательном применении уравнений Лагранжа 2-го рода при составлении дифференциальных уравнений движения механической системы с двумя степенями свободы. В каждом из 32-х вариантов задания за основу принята механическая система ранее выполняемого студентами домашнего задания по разделу «Общие теоремы динамики» [1]. При этом во всех вариантах (на схемах механических систем) указываются предпочтительные обобщенные координаты.

Предполагается, что студенты имеют опыт самостоятельного решения задач по предшествующему разделу «Общие теоремы динамики» курса теоретической механики – определение работы сил и пар сил, оценка кинетической энергии механических систем, знакомство с возможными перемещениями механической системы. Краткие указания по этим вопросам приведены в разделе 1. При выполнении курсового задания рекомендуется использовать учебники [2, 3] и методические пособия [4 - 10].

Данные методические указания содержат принимаемые допущения, краткое изложение теоретических основ курсовой работы, примеры ее выполнения, а также общие и индивидуальные условия задания.

Общие условия и допущения задания

Во всех вариантах задания, если нет особых указаний в их индивидуальном описании, следует пренебречь:

− массами деформируемых тел (нити, пружины);

− трением в контактах со скольжением (шарниры, поверхности тел, прямолинейные направляющие).

При этом принимаются следующие общие условия задания:

− ступени составных тел вращения (катка, блока и т.п.) соосны;

− распределение масс стержней и дисков однородно;

− центры масс тел вращения лежат на осях симметрии формы;

− r, R - малый и большой радиусы цилиндров составного тела вращения, ρ - радиус инерции относительно оси вращения тела;

− опорные плоскости плит и реек параллельны друг другу;

− углы α и β на рисунках задают наклоны стержней и пазов к вертикали и наклоны опорных плоскостей к плоскости горизонта, остальные плоскости считаются горизонтальными или вертикальными;

− нет скольжения в контактах тел вращения;

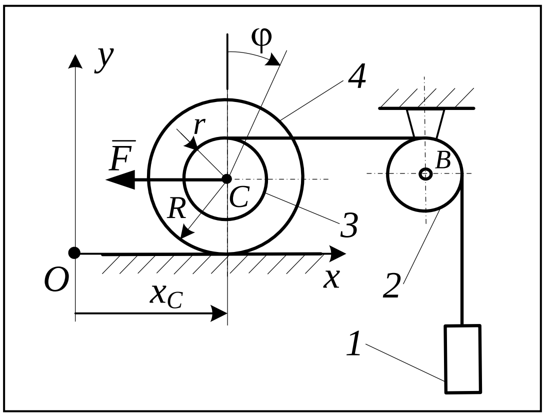
− нити параллельны соответствующим прямолинейным опорным направляющим или вертикальны, нерастяжимы и не проскальзывают по поверхностям тел вращения;

− силы растяжения (сжатия) линейно деформируемых пружин пропорциональны их деформациям, параллельны опорным направляющим или перпендикулярны поверхности воздействия;

− моменты пар сил спиральных пружин пропорциональны их угловым деформациям;

− векторы моментов пары сил, приложенных к телу, параллельны его оси вращения.

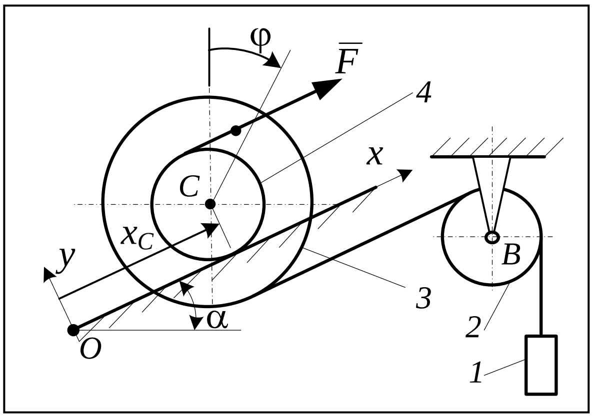
ВАРИАНТЫ ДОМАШНЕГО ЗАДАНИЯ



1. Груз 1 массой m_1 прикреплен к нерастяжимой нити, переброшенной через блок 2 массой m_2 и намотанной на барабан 3 радиусом r катка 4, который катится по горизонтальным направляющим со скольжением. Радиус катка $R = 3r$, общая масса барабана и катка M, их центр масс C лежит на оси катка, а радиус инерции относительно оси катка $\rho = 2r$. Коэффициент трения скольжения между катком и направляющими − f, коэффициент трения качения − δ.

К центру катка приложена постоянная сила $\overline{F}$. Блок 2 считать однородным цилиндром, трением на оси B блока пренебречь. Принять, что при заданных значениях физических параметров системы сила трения скольжения направлена в положительном направлении оси x.

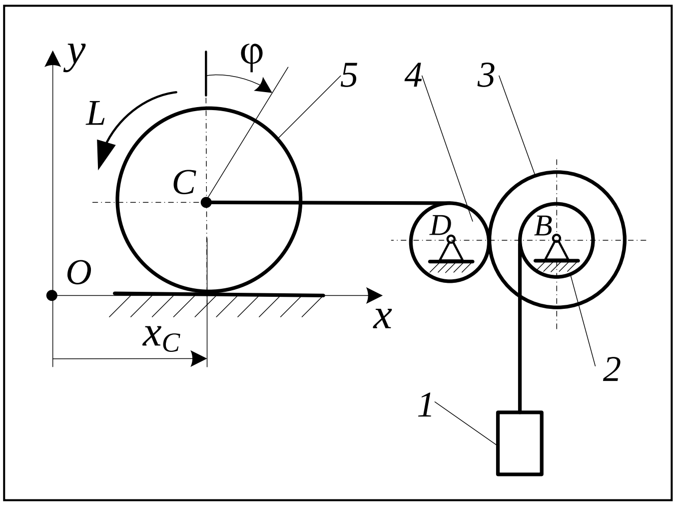
Приняв за обобщённые координаты $q_1 = x_C$ и q_2=φ, составить дифференциальные уравнения движения механической системы с помощью «Уравнений Лагранжа 2-го рода».



2. Груз 1 массой m_1 прикреплен к нерастяжимой нити, переброшенной через блок 2 массой m_2 и намотанной на барабан 3 катка 4, который может катиться со скольжением по наклонным направляющим, образующим угол α с горизонтом. Барабан 3 радиусом R жестко связан с катком 4 радиусом $r = R/3$, их общая масса равна m_3, центр масс C барабана и катка лежит на оси катка, их общий радиус инерции относительно оси катка $\rho = 2r$.

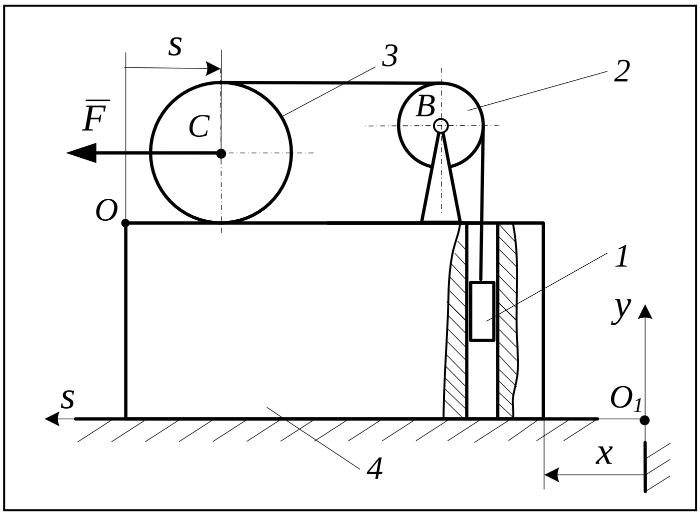
Коэффициент трения скольжения между катком и наклонными направляющими f. К катку 4 через вторую нерастяжимую нить приложена постоянная сила $\overline{F}$. Блок 2 считать однородным цилиндром, трением на оси B блока и трением качения пренебречь. Принять, что при заданных значениях физических параметров системы сила трения скольжения направлена в положительном направлении оси x.

Приняв за обобщённые координаты $q_1 = x_C$ и $q_2 = \varphi$, составить дифференциальные уравнения движения механической системы с помощью«Уравнений Лагранжа 2-го рода».



3. Груз 1 массой m_1, опускаясь, с помощью нерастяжимой нити приводит во вращение ступенчатый барабан 3 ($r, R = 2r$ – радиусы ступеней 2 и 3 соответственно); радиус инерции барабана относительно его оси вращения – ρ, m_3 – его масса. На большей ступени барабана имеется зубчатое колесо, которое находится в зацеплении с шестерней – барабаном 4 радиусом r и массой m_4. На барабан 4 намотана нерастяжимая нить, прикрепленная к центру катка 5 массой m_5 и радиусом R=2r, катящегося со скольжением по горизонтальной направляющей. К катку 5 приложена пара сил с моментом L. Коэффициент трения скольжения катка 5 о горизонтальную направляющую равен f. Шестерню-барабан 4 и каток 5 считать однородными цилиндрами. Трением качения, трением в опорах B и D ступенчатого барабана 3 и шестерни-барабана 4 пренебречь. Принять, что при заданных значениях физических параметров системы сила трения скольжения направлена в положительном направлении оси x.

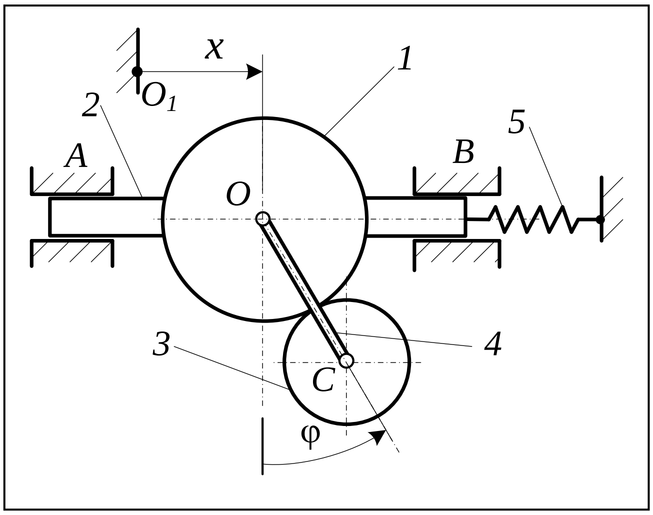
Приняв за обобщённые координаты $q_1 = x_C$ и $q_2 = \varphi$, составить дифференциальные уравнения движения механической системы с помощью «Уравнений Лагранжа 2-го рода».



4. Груз 1 массой m_1, опускаясь, посредством нерастяжимой нити, переброшенной через блок 2 массой m_2 и намотанной на каток 3 массой m_3, приводит каток в движение. К центру C катка приложена внешняя постоянная по величине горизонтальная сила $\overline{F}$. Каток катится без скольжения по плите 4 массой m_4.

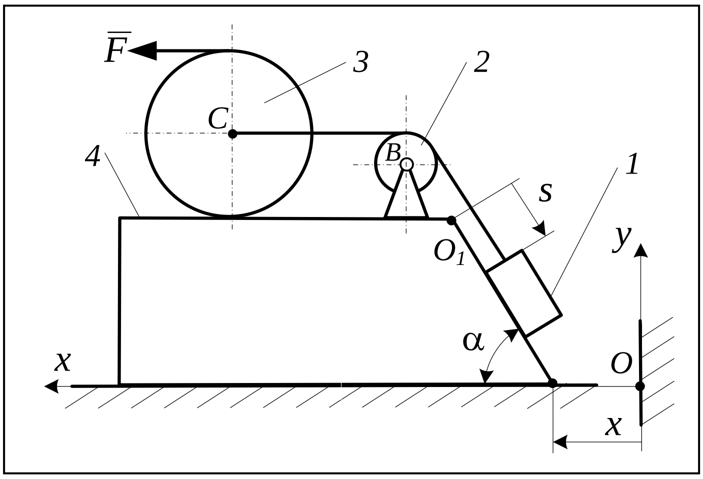
Плита 4 движется по гладкой плоскости, ось B блока 3 неподвижно закреплена на плите 4. Каток 3 и блок 2 считать однородными цилиндрами. Стенки колодца в плите, в который опускается груз, гладкие. Трением качения и трением на оси B блока 2 пренебречь.

Приняв за обобщённые координаты q_1=x и q_2=s, составить дифференциальные уравнения движения механической системы с помощью «Уравнений Лагранжа 2-го рода».



5. Зубчатое колесо 1 жёстко связано с рейкой 2, движущейся поступательно в неподвижных гладких направляющих *A* и *B*. Совместная масса зубчатого колеса 1 и рейки 2 равна m_1. Шестерня 3 массой m_2, радиусом *r* обкатывает зубчатое колесо 1 и связана с последним шарнирно с помощью водила 4 длиной *l*. Рейка 2 соединена с неподвижным основанием через пружину 5 с коэффициентом жёсткости *c*. В начальном положении $(x = 0)$, пружина не напряжена. Массой водила 4 пренебречь, шестерню 3 считать однородным цилиндром.

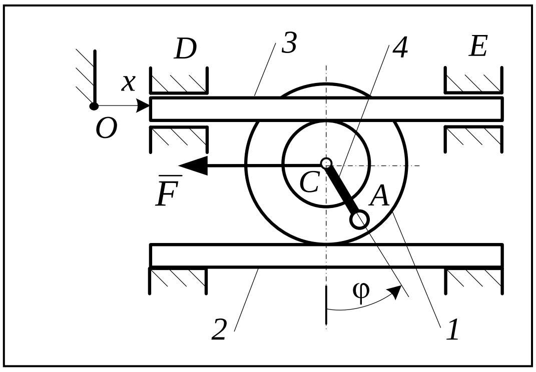
Приняв за обобщённые координаты $q_1 = x$ и $q_2 = \varphi$, составить дифференциальные уравнения движения механической системы с помощью «Уравнений Лагранжа 2-го рода».



6. Груз 1 массой m_1 закреплен на нерастяжимой нити, переброшенной через блок 2 массой m_2, прикрепленной к центру *C* катка 3, и может двигаться по гладкой наклонной грани призмы 4 с углом α к горизонту. Каток 3 массой m_3 катится без скольжения по верхней горизонтальной грани призмы 4 массой m_4, которая находится на гладкой горизонтальной плоскости.

На каток 3 намотана нерастяжимая нить, к которой приложена постоянная внешняя сила $\overline{F}$. Каток 3 и блок 2 считать однородными цилиндрами. Трением качения и трением в опоре *B* блока 2 пренебречь.

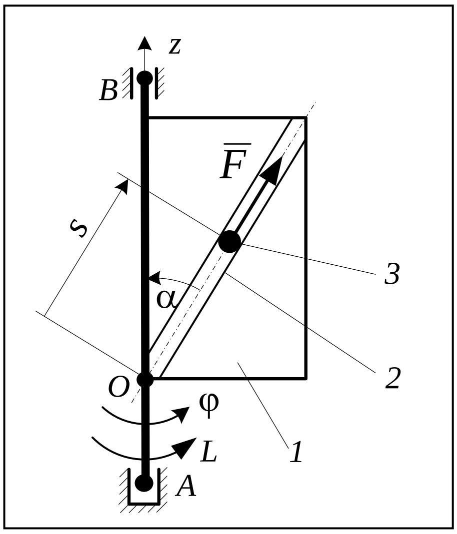
Приняв за обобщённые координаты $q_1 = x$ и $q_2 = s$, составить дифференциальные уравнения движения механической системы с помощью «Уравнений Лагранжа 2-го рода».



7. Механическая система состоит из ступенчатого зубчатого колеса 1 массой m_1 и радиусами ступеней r и R. Радиус инерции колеса 1 относительно оси Cz, перпендикулярной плоскости чертежа − ρ. Колесо 1 находится в зацеплении с неподвижной зубчатой рейкой 2 и подвижной зубчатой рейкой 3 массой m_3.

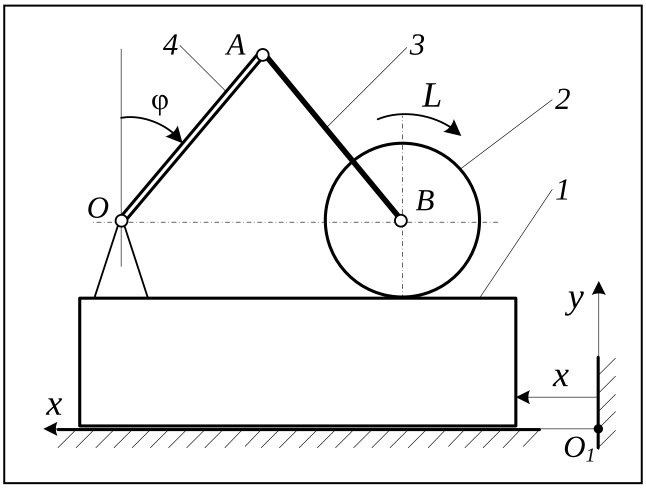
Рейка 3 движется поступательно в гладких опорах D и E параллельно рейке 2. К центру зубчатого колеса 1 шарнирно прикреплен маятник 4 и приложена постоянная сила $\overline{F}$. Масса точки A равна m_5, длина $AC = l$, массой стержня AC пренебречь. Проскальзывание в зацеплениях отсутствует, трением качения и трением в шарнире C пренебречь.

Приняв за обобщённые координаты $q_1 = x$ и $q_2 = \varphi$, составить дифференциальные уравнения движения механической системы с помощью «Уравнений Лагранжа 2-го рода».



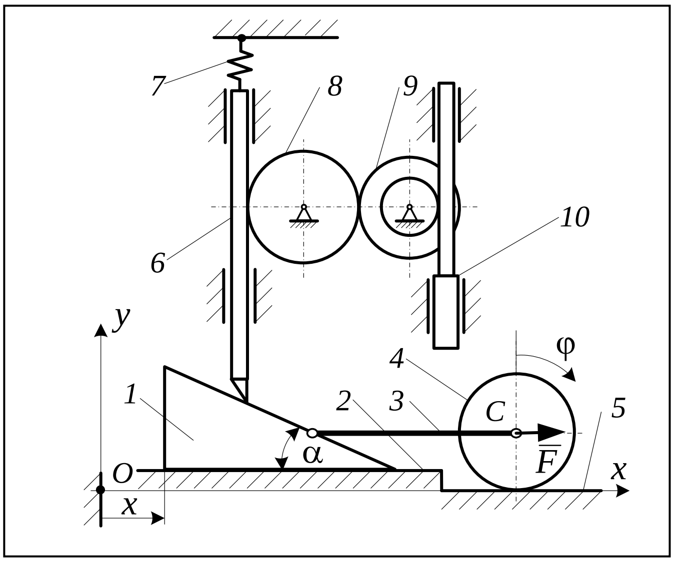
8. На однородной пластине 1 массой m_1 жёстко закреплена гладкая трубка 2 длиной l, которая образует угол α с осью Az. Пластина установлена на вертикальном валу AB. Внутри трубки движется шарик 3 массой m_3. К шарику приложена постоянная по величине сила $\overline{F}$, направленная вдоль трубки, а к валу − пара сил с постоянным моментом L. Момент инерции трубки относительно оси вращения равен $J = 2m_3l^2$. Трением в опорах A и B пренебречь.

Приняв за обобщённые координаты $q_1 = \varphi$ и $q_2 = s$, составить дифференциальные уравнения движения механической системы с помощью «Уравнений Лагранжа 2-го рода».

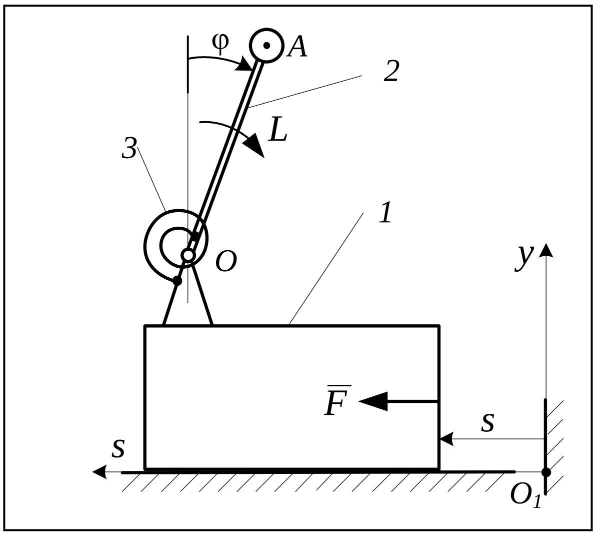


9. На гладкой плоскости расположен механизм, состоящий из плиты 1 массой m_1, на которой находится устройство, состоящее из однородного катка 2 массой m_2 и двух стержней 3 и 4 длиной l каждый. Звенья 2, 3, 4 соединены между собой, с катком и с плитой шарнирами A,B и O. Масса стержня 4 равна m_4. Каток 2 катится по плите 1 без скольжения и к нему приложена пара сил с моментом L=$L(t)$. Трением качения пренебречь.

Приняв за обобщённые координаты $q_1 = x$ и q_2=φ, составить дифференциальные уравнения движения механической системы с помощью «Уравнений Лагранжа 2-го рода».

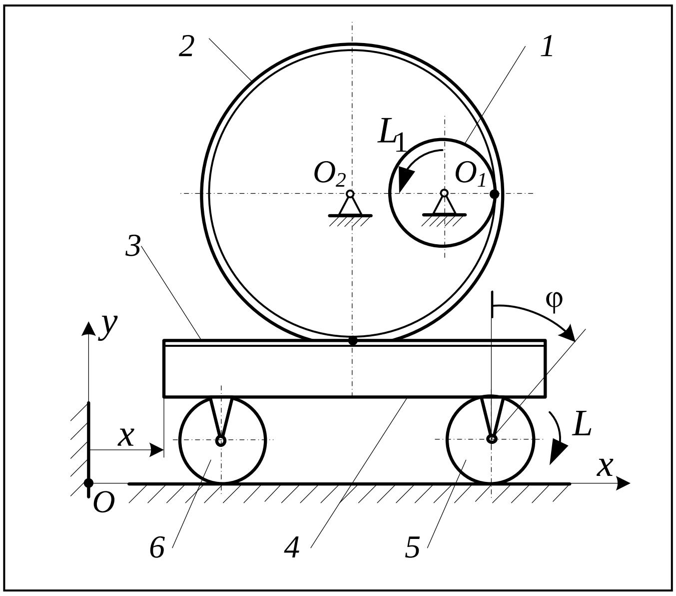


10. В механизме клин 1 массой m_1 с углом α при вершине расположен на гладкой поверхности 2 и соединен тягой 3 с центром C однородного катка 4 массой m_4, который может перекатываться со скольжением по шероховатой поверхности 5. Каток и клин приводятся в движение посредством постоянной силы $\overline{F}$, приложенной к центру катка, при этом клин перемещает толкатель 6 массой m_6, который прижимается к гладкой поверхности клина пружиной 7 с коэффициентом жесткости c. На толкателе закреплена зубчатая рейка, находящаяся в зацеплении с шестернёй 8 радиусом r_8, момент инерции которой относительно ее оси вращения равен J_8. В зацеплении с шестернёй 8 находится шестерня 9 с двумя зубчатыми венцами, радиусы которых равны r_9, R_9. Момент инерции шестерни 9 относительно ее оси вращения равен J_9. Шестерня 9 приводит в движение затвор водослива 10 массой m_{10}. Коэффициент трения скольжения катка 4 по поверхности 5 равен f, трением качения и трением в опорах пренебречь. Считать, что в начальном положении клина (при x = 0) пружина 7 не деформирована. Приняв за обобщённые координаты q_1=x и q_2=φ, составить дифференциальные уравнения движения механической системы с помощью «Уравнений Лагранжа 2-го рода».



11. На плите 1 массой m_1, которая может двигаться по гладкой горизонтальной плоскости под действием постоянной силы $\overline{F}$, укреплен шарнирно маятник 2. К маятнику приложена пара сил с моментом L. Масса маятника сосредоточена в точке A и равна m_3, его длина OA равна l. Маятник связан с плитой посредством спиральной пружины 3 с коэффициентом жёсткости c, соединенной одним концом с маятником, а другим − с плитой. При вертикальном положении маятника пружина не деформирована.

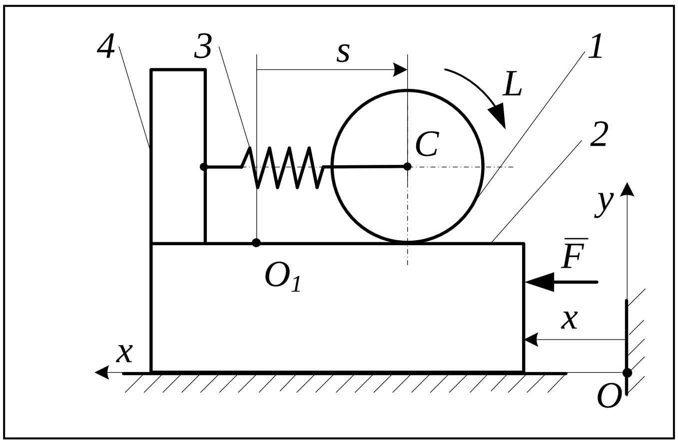
Приняв за обобщённые координаты $q_1=s$ и $q_2=\varphi$, составить дифференциальные уравнения движения механической системы с помощью «Уравнений Лагранжа 2-го рода».



12. К шестерне 1 радиусом r_1, имеющей неподвижную ось вращения O_1z, приложена пара сил с постоянным моментом L_1. Шестерня 1 находится в зацеплении с шестерней 2 радиусом r_2, которая в свою очередь, находится в зацеплении с рейкой 3 тележки 4. Тележка 4 движется по прямолинейным направляющим на четырех колесах: двух ведущих – 5 и двух ведомых –6. Масса тележки – m_4, масса каждого колеса – m_6, моменты инерции шестерен 1 и 2 относительно их осей вращения равны J_1 и J_2 соответственно. Все колеса являются однородными дисками. Колеса 5 катятся со скольжением, а колеса 6 – без скольжения. К шестерне 2 приложен момент сил сопротивления L_2, пропорциональный угловой скорости шестерни 2 ($L_2 = -\alpha\omega_2, \alpha = \mathrm{const} > 0$).

К каждому из двух ведущих колес 5 приложена пара сил с постоянным моментом L. Трением качения колес и трением на осях вращения пренебречь.

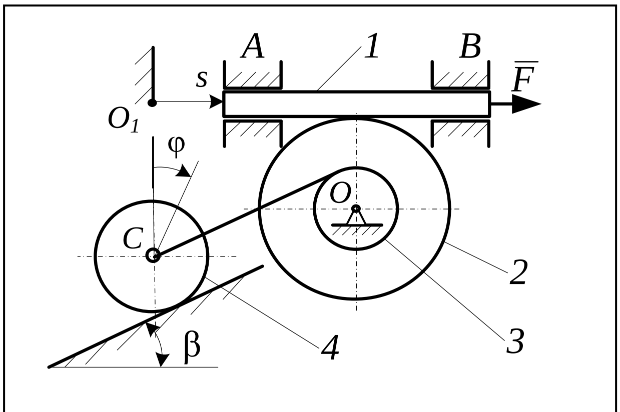
Приняв за обобщённые координаты $q_1=x$ и $q_2=\varphi$, составить дифференциальные уравнения движения механической системы с помощью «Уравнений Лагранжа 2-го рода».



13. Однородный цилиндрический каток 1 массой m_1 и радиуса R катится без скольжения по плите 2 массой m_2. Плита движется по горизонтальной гладкой плоскости под действием постоянной силы $\overline{F}$. Центр C катка связан пружиной 3 с коэффициентом жёсткости c, параллельной указанной плоскости, с вертикальной стойкой 4, жестко скрепленной с плитой 2.

К катку приложена пара сил с постоянным моментом L. При $s = 0$ пружина не деформирована.

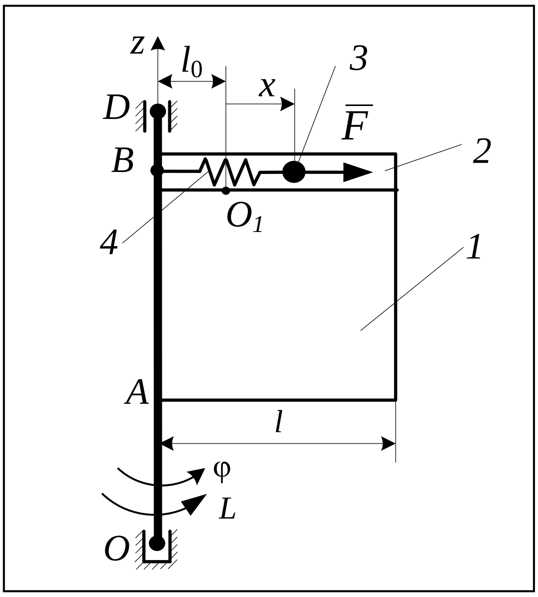
Приняв за обобщённые координаты $q_1 = x$ и $q_2 = s$, составить дифференциальные уравнения движения механической системы с помощью «Уравнений Лагранжа 2-го рода».



14. В механической системе рейка 1 массой m_1 движется в горизонтальных гладких направляющих A и B под действием постоянной силы $\overline{F}$. Рейка находится в зацеплении с шестерней 2 радиусом R, с которой жестко связан барабан 3 радиусом r. Радиус инерции шестерни 2 и барабана 3 относительно их оси вращения равен ρ, m_2 − их общая масса. К центру C однородного катка 4 массой m_4 прикреплена нерастяжимая

нерастяжимая нить, которая наматывается на барабан 3.Каток 4 катится со скольжением по неподвижной наклонной плоскости с углом наклона β. К шестерне 3 приложена пара сил с моментом $L_{Oz} = -\alpha\omega_2$ ($\alpha = \text{const} > 0$, ω_2−угловая скорость вращения шестерни 2 с барабаном 3). Массой нити и трением качения пренебречь.

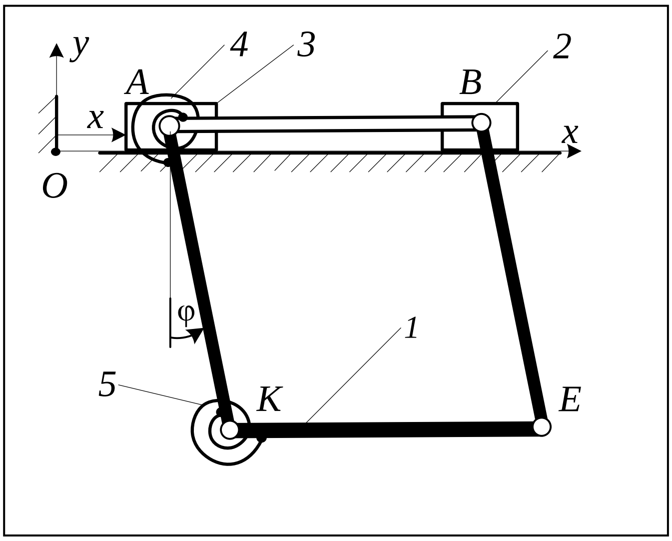
Приняв за обобщённые координаты q_1=s и q_2=φ, составить дифференциальные уравнения движения механической системы с помощью «Уравнений Лагранжа 2-го рода».



15. Однородная прямоугольная пластина 1 массой m_1 со стороной a закреплена своей стороной AB на валу OD, который может вращаться вокруг оси Oz. На верхней стороне пластины жестко закреплена гладкая трубка 2, внутри которой движется шарик 3 массой m_3 под действием постоянной силы $\overline{F}$. Момент инерции трубки относительно оси Oz равен J_z. К шарику прикреплена пружина с коэффициентом жёсткости c, свободная длина которой (без деформации) равна l_0. К оси Oz приложена пара сил с постоянным моментом L. Шарик 3 начинает двигаться из положения, когда пружина была не деформирована.

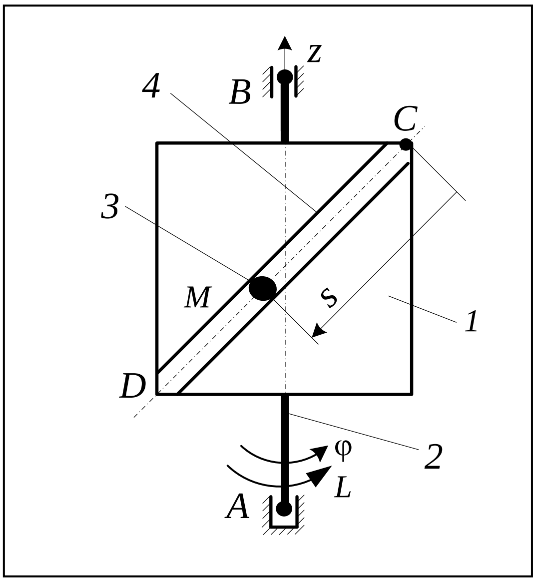
Трением в опорах O и D пренебречь.

Приняв за обобщённые координаты $q_1=\varphi$ и $q_2=x$, составить дифференциальные уравнения движения механической системы с помощью «Уравнений Лагранжа 2-го рода».



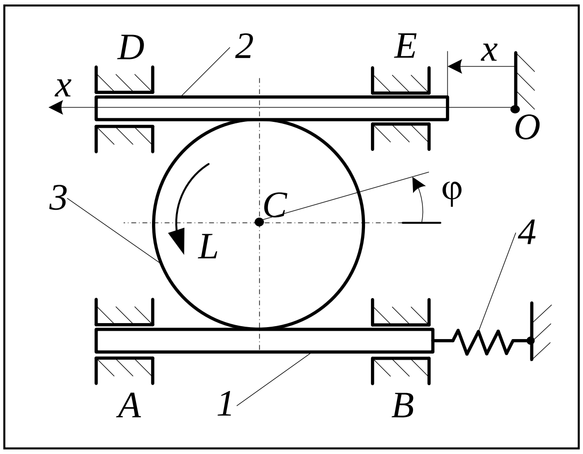
16. Подвижный параллелограмм 1 шарнирно прикреплен к ползунам 2 и 3 одинаковой массы m_2. Ползуны могут перемещаться по гладкой горизонтальной плоскости. Масса стержней AB,BE и AK одинакова и равна m_1, масса стержня KE равна m_6, длины стержней одинаковы и равны $2l$. Стержень AK спиральными пружинами 4 и 5 одинаковой жёсткости c соединен со стержнями AB и KE (момент упругих сил каждой из пружин $L_{\text{пр}} = -c\lambda$, λ − угловая деформация). Пружины не деформированы при вертикальном нижнем расположении стержней AK и BE. В шарнирах A и B действуют пары сил сопротивления с моментами $L/2$.

Приняв за обобщённые координаты $q_1=x$ и $q_2=\varphi$, составить дифференциальные уравнения движения механической системы с помощью «Уравнений Лагранжа 2-го рода».



17. Однородная пластина 1 со стороной a и массой m_1 симметрично закреплена на валу 2, который может вращаться вокруг оси Az под действием пары сил с постоянным моментом L. По диагонали CD пластины расположен гладкий паз, по которому перемещается точка 3 массой m_3. При этом на точку действует сила сопротивления $\overline{R} = -\mu|\overline{v}_r|\overline{v}_r, (R = \mu v_r^2)$, где μ=const − коэффициент сопротивления, $\overline{v}_r = \dot{s}$ − скорость точки относительно пластины. Трением в опорах A и B пренебречь.

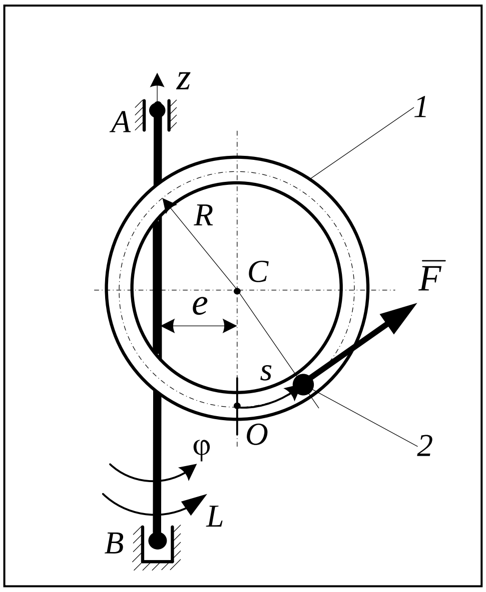
Приняв за обобщённые координаты q_1=φ и $q_2 = s$, составить дифференциальные уравнения движения механической системы с помощью «Уравнений Лагранжа 2-го рода».



18. Рейки 1 и 2 массой m_1 и m_2 соответственно находятся в зацеплении с колесом 3 и движутся в горизонтальных гладких направляющих AB и DE. Колесо 3 массой m_3 и радиусом r приводится в движение парой сил с моментом L. Кроме того, рейка 1 соединена с неподвижным основанием посредством пружины 4 с коэффициентом жёсткости c.

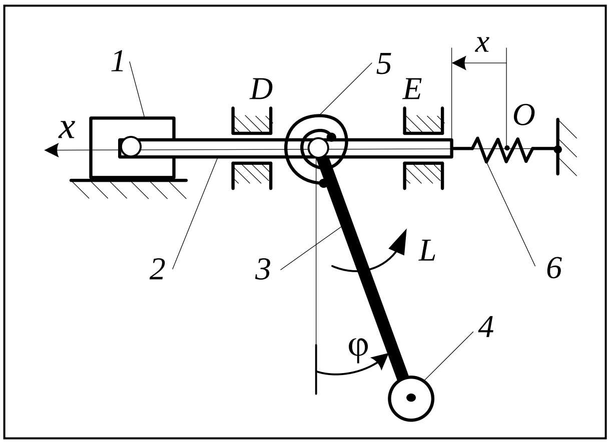
В начальный момент времени пружина не деформирована.

Приняв за обобщённые координаты q_1=x и q_2=φ, составить дифференциальные уравнения движения механической системы с помощью «Уравнений Лагранжа 2-го рода».



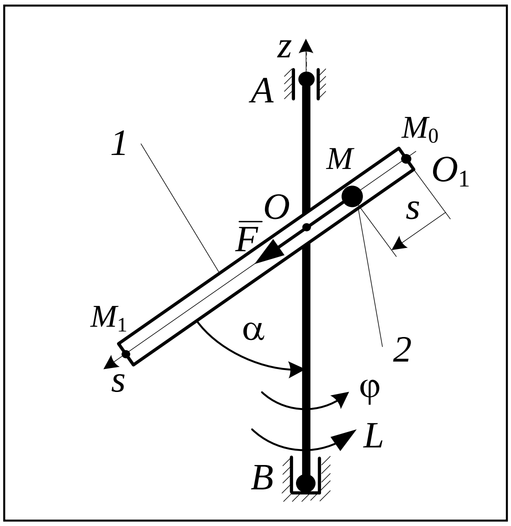
19. Гладкая трубка 1 массой m_1 свернута в кольцо радиусом R и жестко с эксцентриситетом e закреплена на вертикальном валу AB, который может вращаться вокруг оси Az под действием пары сил с постоянным моментом L. Внутри трубки под действием силы $\overline{F}$, направленной по касательной к трубке, движется шарик 2 массой m_2. Массу трубки считать равномерно распределенной по окружности радиусом R.

Трением в опорах A и B пренебречь. Приняв за обобщённые координаты q_1=φ и $q_2 = s$, составить дифференциальные уравнения движения механической системы с помощью «Уравнений Лагранжа 2-го рода».



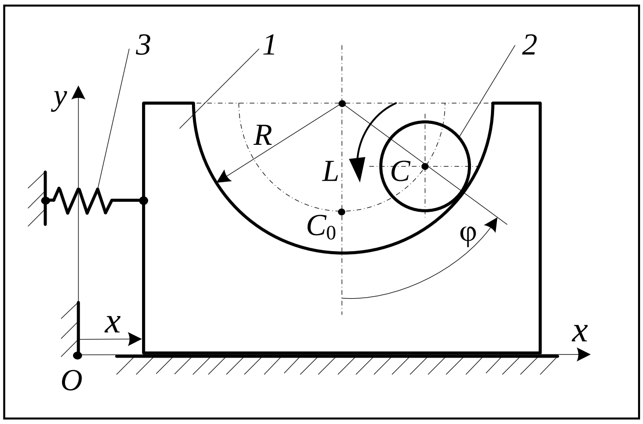
20. Механическая система состоит из ползуна 1, который может двигаться по гладкой горизонтальной плоскости, стержней 2, 3 и материальной точки 4 массой m_4. Стержень 2, который движется в гладких направляющих, и стержень 3 связаны между собой шарнирно и скреплены спиральной пружиной 5 с коэффициентом жёсткости c_5 (момент упругих сил пружины $L_{oz} = -c_5\varphi$, φ - угловая деформация пружины). Ползун 1 через стержень 2 соединён с пружиной 6 с коэффициентом жёсткости c_6, которая в состоянии покоя системы не деформирована. К стержню 3 приложена пара сил с постоянным моментом L. Общая масса ползуна 1 и стержня 2 равна m_1. Массой стержня 3 длиной l, а также трением в опорах D и E пренебречь.

Приняв за обобщённые координаты q_1=x и q_2=φ, составить дифференциальные уравнения движения механической системы с помощью «Уравнений Лагранжа 2-го рода».



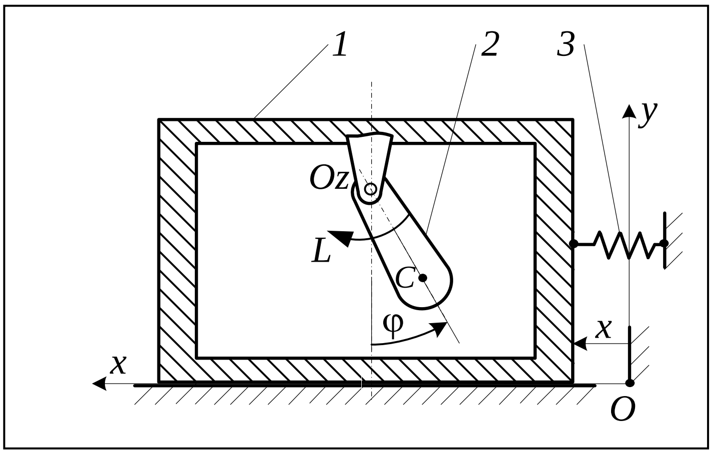
21. Гладкая трубка 1 жестко скреплена с валом AB под углом α и может вращаться вместе с ним вокруг вертикальной оси Bz. Внутри трубки под действием постоянной силы $\overline{F}$, направленной вдоль нее, движется шарик 2 массой m_2. Момент инерции трубки относительно ее оси вращения равен J, $L = 3l$ − ее длина, причем $OM_1 = 2l$. К валу приложена пара сил с постоянным моментом L.

Приняв за обобщённые координаты $q_1 = \varphi$ и $q_2 = s$, и пренебрегая трением в опорах A и B, составить дифференциальные уравнения движения механической системы с помощью «Уравнений Лагранжа 2-го рода



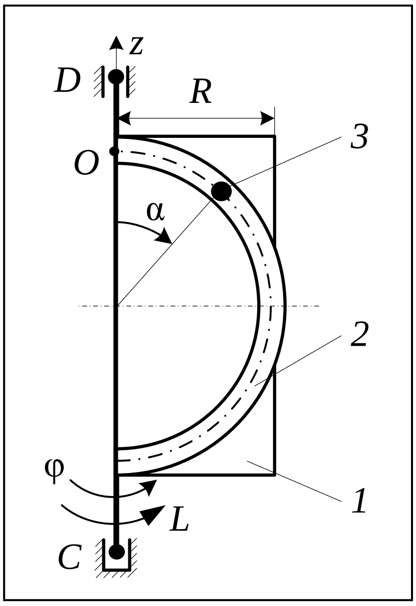
22. В брусе 1 массой m_1 имеется цилиндрическая выемка радиусом R, внутри этой выемки может катиться без скольжения однородный круглый цилиндр 2 массой m_2 и радиусом r. Оси выемки и цилиндра параллельны. Брус находится на горизонтальной гладкой плоскости и соединен с неподвижным телом посредством пружины 3 с коэффициентом жёсткости c. К цилиндру приложен постоянный момент сил сопротивления L.

Приняв за обобщённые координаты $q_1 = x$ и $q_2 = \varphi$, составить дифференциальные уравнения движения механической системы с помощью «Уравнений Лагранжа 2-го рода».

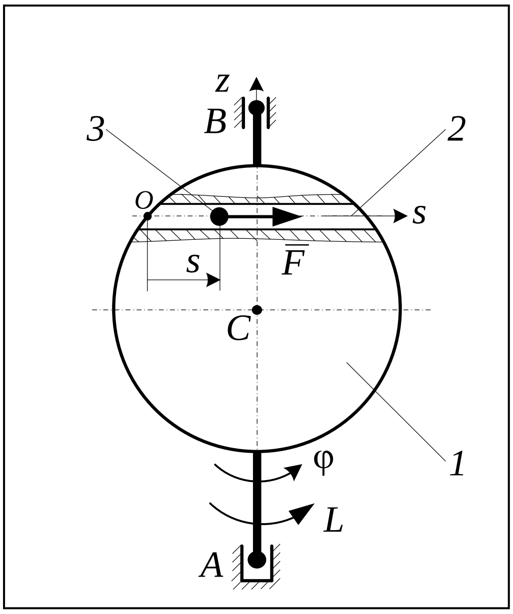


23. Контейнер 1 массой m_1 может двигаться по гладкой горизонтальной плоскости. На горизонтальной оси Oz внутри контейнера закреплен физический маятник 2 массой m_2. При этом контейнер соединен с неподвижным телом пружиной 3 с коэффициентом жёсткости c. Момент инерции маятника 2 относительно оси вращения Oz равен J, расстояние от этой оси до центра масс маятника $OC=h$. В положении контейнера при $x=0$ пружина 3 не деформирована. К маятнику приложена пара сил, препятствующая его вращению, с постоянным моментом L.

Приняв за обобщённые координаты $q_1=x$ и $q_2=\varphi$, составить дифференциальные уравнения движения механической системы с помощью «Уравнений Лагранжа 2-го рода».



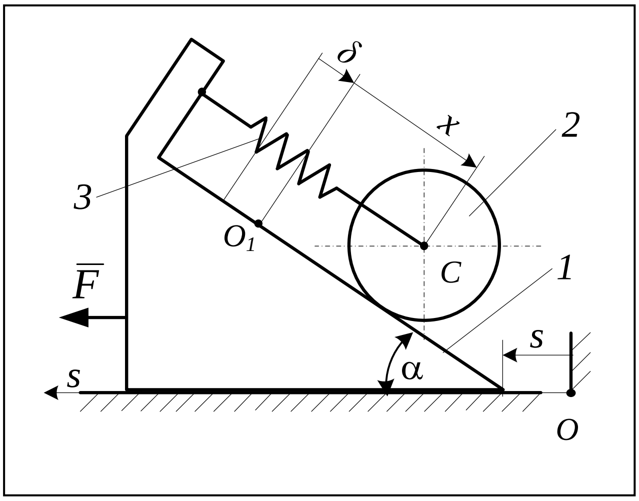
24. На однородной прямоугольной пластине 1 массой m_1 жёстко прикреплена гладкая трубка 2, изогнутая по дуге окружности радиусом R. Пластина закреплена на вертикальном валу CD, к которому приложена пара сил с постоянным моментом L. По трубке движется шарик 3 массой m_3. Момент инерции трубки относительно оси вращения Cz равен J. Трением опорах C и D вала пренебречь. Приняв за обобщённые координаты $q_1=\varphi$ и $q_2=\alpha$, составить дифференциальные уравнения движения механической системы с помощью «Уравнений Лагранжа 2-го рода».



25. Однородный диск 1 массой m_1 и радиусом R по своей оси симметрии неподвижно закреплён на вертикальном валу AB, который может вращаться вокруг оси Az под действием пары сил с постоянным моментом L. По гладкому каналу 2, расположенному на расстоянии $R/2$ от центра C диска 1 перпендикулярно его оси вращения, под действием постоянной силы $\overline{F}$, направленной вдоль канала, движется шарик 3 массой m_3. Трением в опорах A и B и изъятой массой материала канала пренебречь

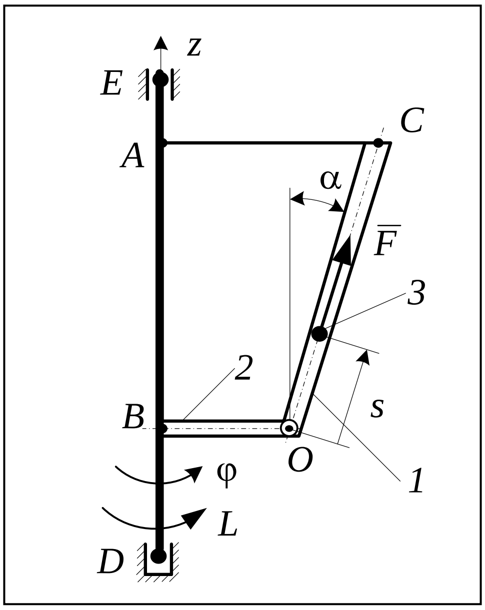
.

Приняв за обобщённые координаты $q_1=\varphi$ и $q_2=s$, составить дифференциальные уравнения движения механической системы с помощью «Уравнений Лагранжа 2-го рода».



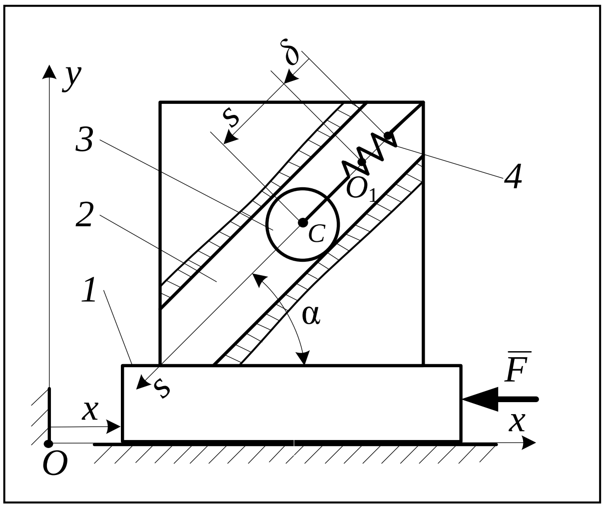
26. Призма 1 массой m_1 может двигаться по гладкой горизонтальной плоскости. К призме приложена постоянная внешняя сила $\overline{F}$. По грани призмы, наклоненной к горизонту под углом α, катится без скольжения однородный цилиндр 2 массой m_2 и радиусом r. Цилиндр 2 в точке C скреплен со стойкой на призме пружиной жёсткости c, параллельной наклонной грани призмы.

Статическая (в состоянии покоя системы) деформация пружины равна δ. Приняв за обобщённые координаты $q_1=x$ и $q_2=s$, составить дифференциальные уравнения движения механической системы с помощью «Уравнений Лагранжа 2-го рода».



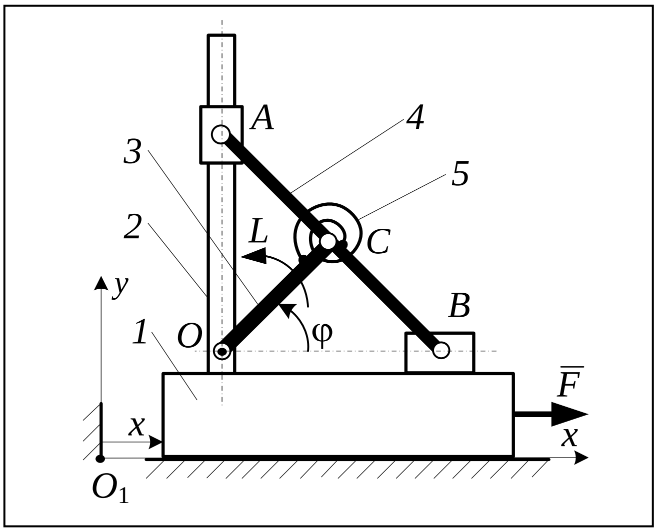
27. Гладкая трубка 1 длиной L закреплена на вертикальном валу DE с помощью стержня 2 длиной l, перпендикулярного оси Dz вращения вала, и нерастяжимой нитью AC. Трубка 1 связана со стержнем 2 посредством цилиндрического шарнира O. Общий момент инерции трубки 1 и стержня 2 относительно оси вращения Dz равен J_z. Вал приводится во вращение с помощью постоянного по величине момента M. Внутри трубки движется шарик 3 массой m_3 под действием постоянной силы $\overline{F}$, направленной вдоль трубки. Трубка отклонена от вертикали на угол α. Трением в опорах D и E пренебречь.

Приняв за обобщённые координаты $q_1=\varphi$ и $q_2=s$, составить дифференциальные уравнения движения механической системы с помощью «Уравнений Лагранжа 2-го рода».



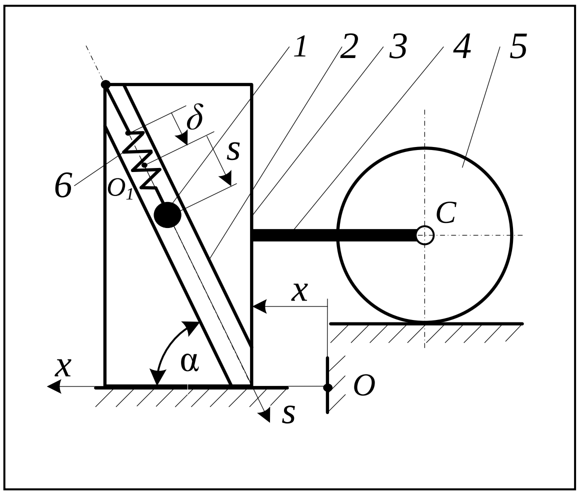
28. На гладкой плоскости находится массивная плита 1 массой m_1, в которой имеется наклоненный под углом α к горизонту прямолинейный паз 2. К плите приложена горизонтальная сила $\overline{F}$. По пазу 2 катится без скольжения однородный диск 3 массой m_3 и радиусом r. При этом центр C диска соединен с точкой O_1 плиты пружиной 4 с коэффициентом жёсткости c. Статическая (в состоянии покоя системы) деформация пружины равна δ.

Приняв за обобщённые координаты $q_1=x$ и $q_2=s$, составить дифференциальные уравнения движения механической системы с помощью «Уравнений Лагранжа 2-го рода».



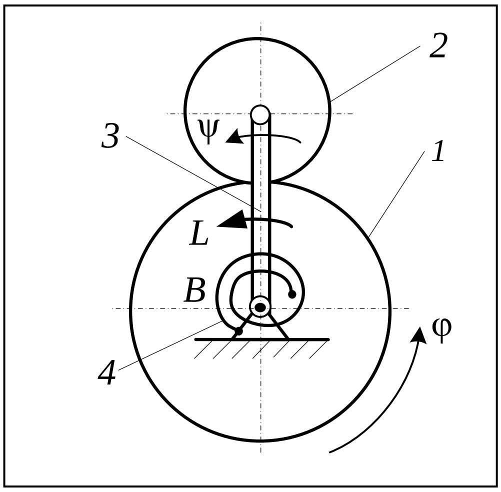
29. Плита 1 со стойкой 2 общей массой m_1 может совершать движение по гладкой горизонтальной плоскости. На плите помещен эллипсограф, состоящий из кривошипа 3, линейки 4 и ползунов A и B. Массы кривошипа и линейки эллипсографа равны соответственно m_3, m_4. В шарнире C между кривошипом и линейкой установлена спиральная пружина 5 с коэффициентом жёсткости c. К плите приложена постоянная сила $\overline{F}$, а к кривошипу 3 − пара сил с постоянным моментом L. В крайнем нижнем положении кривошипа (при φ=0) и пружина не деформирована. Кривошип 3 и линейку 4 считать однородными стержнями, массами ползунов A и B и трением в сочленениях системы пренебречь.

Приняв за обобщённые координаты $q_1=x$ и $q_2=\varphi$, составить дифференциальные уравнения движения механической системы с помощью «Уравнений Лагранжа 2-го рода».



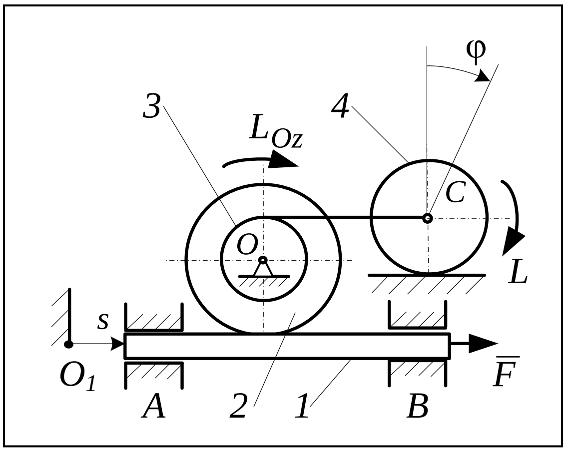
30. Шарик 1 массой m_1, двигаясь по гладкому пазу 2 с углом наклона α к горизонту, приводит в движение по гладкой горизонтальной плоскости тело 3 массой m_3, внутри которого находятся паз 2 и шарик 1. Тело 3 с помощью стержня 4 шарнирно соединено с центром катка 5. Каток 5 – однородный круглый цилиндр массой m_5 и радиусом r катится по горизонтальной плоскости без скольжения. Шарик 1 посредством пружины 6 с коэффициентом жёсткости c соединён в точке O с телом 3. Статическая (в состоянии покоя системы) деформация пружины равна δ. Массой стержня 4 и трением качения пренебречь.

Приняв за обобщённые координаты $q_1=x$ и $q_2=s$, составить дифференциальные уравнения движения механической системы с помощью «Уравнений Лагранжа 2-го рода».



31. В дифференциальном механизме, расположенном в горизонтальной плоскости, шестерня 1 радиусом R и массой m_1 вращается вокруг своей оси и находится в зацеплении с шестерней 2 массой m_2 и радиусом r. Шестерня 2 приводится в движение с помощью водила 3, угол поворота которого в плоскости движения равен ψ. Шестерня 1 связана с неподвижным основанием спиральной пружиной 4, коэффициент жёсткости которой равен c (момент упругих сил пружины L_{Bz}=-cφ, где φ − ее угловая деформация, равная углу поворота шестерни 1. К водилу приложена пара сил с постоянным моментом относительно оси Bz, равным L. Шестерни 1 и 2 считать однородными дисками. Трением в механизме и массой водила 3 пренебречь.

Приняв за обобщённые координаты q_1=φ и q_2=ψ, составить дифференциальные уравнения движения механической системы с помощью «Уравнений Лагранжа 2-го рода».



32. Зубчатая рейка 1 массой m_1 движется в гладких направляющих под действием постоянной горизонтальной силы $\overline{F}$. Рейка находится в зацеплении с шестерней 2 радиусом R. С шестерней 2 жестко связан барабан 3 радиусом r. На барабан намотана нерастяжимая нить, прикрепленная к центру C однородного катка 4 массой m_4 и радиусом r_4, который катится со скольжением по горизонтальной плоскости. Коэффициент трения скольжения равен f, Момент инерции системы шестерня 2 − барабан 3 относительно оси O_3 вращения равен J_{Oz}. К катку приложена пара сил с постоянным моментом L, а к барабану 3 приложена пара сил сопротивления с моментом $L_{Oz} = -\alpha\omega$, где ω - угловая скорость барабана, ($\alpha = \mathrm{const} > 0$). Трением качения и трением в опоре O пренебречь.

Приняв за обобщённые координаты q_1=s и q_2=φ, составить дифференциальные уравнения движения механической системы с помощью «Уравнений Лагранжа 2-го рода».