

Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана
В.В. Дубинин, А.Ю. Карпачёв, А.В. Ремизов
ОБЩИЕ ТЕОРЕМЫ ДИНАМИКИ
Методические указания к выполнению курсового задания
Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана 1998

ОБЩИЕ УСЛОВИЯ ДЛЯ ЗАДАЧ

Студенту выдается преподавателем вариант задания (условия и схема).

Использование ЭВМ при выполнении задания студент согласует с преподавателем.

Перед выполнением курсового задания следует ознакомиться с типовыми примерами решения задания, предложенными в настоящем пособии.

Сначала необходимо определить скорости и ускорения точек и тел, а затем - силы в соединениях тел.

Во всех вариантах:

- трением в опорах и сочленениях тел пренебрегаем, если это особо не оговаривается;
- при качении катков пренебрегаем трением качения, если не задан коэффициент трения качения;
- массами тел в механической системе, которые не заданы, пренебрегаем;
- при качении катков пренебрегаем трением качения, если не задан коэффициент трения качения;
- тросы и нити в механических системах нерастяжимы и не скользят по телам, которые они соединяют.

Упругие силы F_x линейных пружин пропорциональны деформации $F_x = -cx$

(c - жёсткость пружины, x - её деформация). Моменты упругих сил L_z спиральных пружин равны $L_z = -c\varphi$ (c - жёсткость пружины, φ - угловая деформация).

Знак минус указывает на то, что направление проекций упругой силы или момента на оси x или z противоположны по направлению соответствующим деформациям.

Механические системы в вариантах задания имеют одну или две степени свободы. На схемах указываются рекомендуемые при решении обобщённые координаты. Иногда для пояснения условия задания вводится координата, зависящая от обобщённых координат (например, указывается величина деформации пружин).

В зубчатых зацеплениях полная реакция составляет угол β с касательной составляющей, принять $\beta = 15^\circ$. Если массы звеньев не указаны в задаче, то ими надо пренебречь.

Варианты задания

УСЛОВИЕ	СХЕМА
<p style="text-align: center;">Вариант 1.</p> <p>К одному из концов троса, переброшенного через блок 2, прикреплен груз A массой $m_A = 3m$, другой конец троса намотан на большую ступень двухступенчатого барабана C, имеющего массу $m_C = m$. Радиус малой ступени - r, большой - $R = 2r$, центр масс барабана лежит на оси, проходящей через точку C, и радиус его инерции относительно оси барабана равен $\rho = r$. Барабан может катиться по горизонтальной направляющей. Коэффициент трения скольжения между малой ступенью барабана и направляющей - f. Определить: 1) характер качения барабана 3; 2) уравнения движения барабана; 3) силу реакции на оси блока 2. В начальный момент система покоилась. Принять: $m = 100 \text{ кг}$, $r = 0,5 \text{ м}$, $f = 0,1$.</p>	
<p style="text-align: center;">Вариант 2.</p> <p>Система состоит из трех тел с одинаковыми массами ($m_A = m_B = m_C = m$): груза 1, двухступенчатых блока 2 и барабана 3. Груз прикреплен к тросу, намотанному на большую ступень блока радиусом R. На малые ступени блока и барабана с радиусами r намотан другой трос. Барабан может катиться по направляющей, составляющей угол α с горизонтом. Коэффициент трения скольжения между большой ступенью барабана и направляющей - f, а коэффициент трения качения - δ. Радиусы инерции барабана и блока относительно их осей одинаковы: $\rho_C = \rho_B = \rho$. Определить: 1) характер качения барабана 3; 2) уравнения движения барабана 3 и силу реакции на оси блока. В начальный момент система покоилась. Принять $m = 10 \text{ кг}$, $f = 0,1$, $\rho = \sqrt{R \cdot r}$, $\delta = 0,02 \sqrt{3} \text{ м}$, $\alpha = 30^\circ$, $r = 0,3 \text{ м}$, $R = 2r$.</p>	
<p style="text-align: center;">Вариант 3.</p> <p>Механизм состоит из кривошипа 1, шатуна 2 и колеса 3, соединенных между собой шарнирами A и B. Концы спиральной пружины 4, имеющей жёсткость c, связаны с шатуном и кривошипом. Звено 1 - однородный стержень массой m_1 и длиной L, звено 3 - однородный диск, имеющий массу m_3 и радиус r. Приложение к кривошипу пары сил с моментом $M = \text{const}$ приводит к вращению его вокруг оси, проходящей через точку O, и качению колеса без проскальзывания. В начальный момент звенья 1 и 2 располагались горизонтально ($\varphi = 0$), а пружина не деформирована. Определить при $\varphi = \pi/3$ рад: 1) угловые скорость и ускорение катка 3; 2) горизонтальную составляющую силы реакции в точке B. Принять:</p> <p>$L/r = 2$, $M = 9mr/\pi$, $c = 9mgr/\pi^2$, $m_3 = 6m$, $m_1 = \sqrt{3}/2 m$, $m = 2 \text{ кг}$, $OA = AB$, $r = 0,1 \text{ м}$</p>	

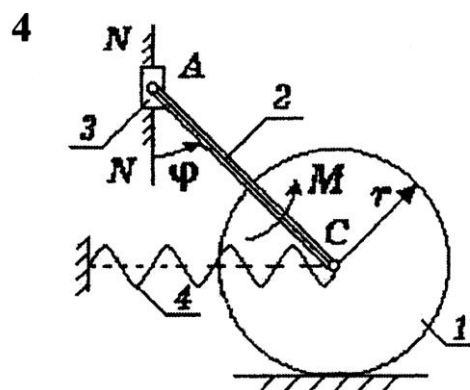
УСЛОВИЕ

Вариант 4.

В механизме каток 1 - однородный диск массой m_1 и радиусом r соединён шарнирно с однородный стержнем 2 массой m_2 и длиной L . Стержень 2 связан шарнирно с ползуном 3 массой m_3 . К стержню 2 приложена пара сил с моментом M . Каток 1 катится без скольжения. В начальном положении система находилась в покое ($\varphi = 0$), а пружина жёсткости c не деформирована. Определить при $\varphi = \pi/3$ рад: 1) угловые скорость и ускорение катка 1; 2) вертикальную составляющую реакции в шарнире A .

Принять: $L/r = 2$, $M = 0,2mgL/\pi$, $c = 4mg/(3r)$, $m_1 = 4m$, $m_2 = 2m$, $m_3 = 4m$, $m = 10$ кг, $r = 0,2$ м.

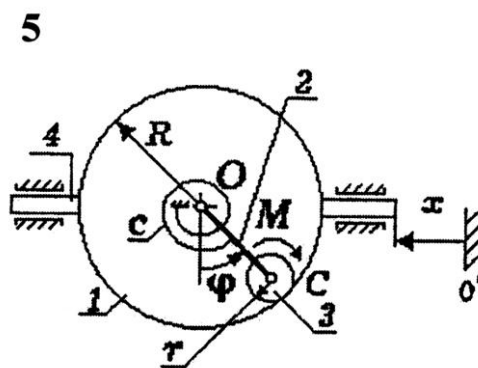
СХЕМА



Вариант 5.

Колесо 1 радиусом R и массой m_1 жёстко скреплено с рейкой и движется поступательно. Шестерня 3 - однородный диск радиусом r и массой m_3 , находится в зацеплении с колесом 1 и связана с водилом 2, которое шарнирно соединяется с колесом в точке O . Колесо и водило связывает также спиральная пружина с жесткостью c . К шестерне приложена пара сил с моментом M . В начальный момент система находилась в покое ($\varphi = 0$, $x = 0$), пружина недеформирована. Определить при $\varphi = \pi/3$ рад:

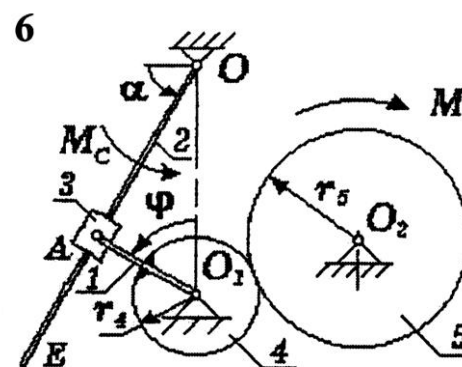
1) угловые скорость и ускорение шестерни 3; 2) величину равнодействующей реакции опор рейки. Принять: $R/r = 5$, $M = 3mgr/\pi$, $c = 18mgr/\pi^2$, $m_3 = m_1/5 = m = 2$ кг, $r = 0,1$ м.



Вариант 6.

Механизм, расположенный в горизонтальной плоскости, состоит из шестерён 4, 5, находящихся в зацеплении, кривошипа 1, жёстко связанного с шестерней 4, кулисы 2 и втулки 3. Шестерни с массами m_4 и m_5 имеют радиусы r_4 и r_5 , кулиса обладает массой m_2 , равномерно распределённой по длине OE , втулка имеет массу m_3 . При приложении к звену 5 пары сил с моментом M система приходит в движение так, что кривошип, поворачиваясь вместе с шестерней 4, вращает кулису, на которую действует пара сил сопротивления с моментом $M_c = const$. Считать шестерни однородными дисками. В начальный момент механизм покоился и занимал положение, при котором $\varphi = 0$. Определить: 1) скорость точки A и угловую скорость кулисы при $\varphi = \pi/3$ рад; 2) силу реакции, с которой кулиса действует на втулку, при $\varphi = 0$ рад.

Принять: $OE = 6L$, $OO_1 = 4L$, $L = 1$ м, $M_c = M/2 = 60mgL/\pi$, $m_3 = m$, $m_4 = 4m$, $m_5 = 16m$, $m_2 = 6m$, $m = 1$ кг, $O_1A = r_5 = 2L$, $r_4 = L$. Втулка 3 - материальная точка.



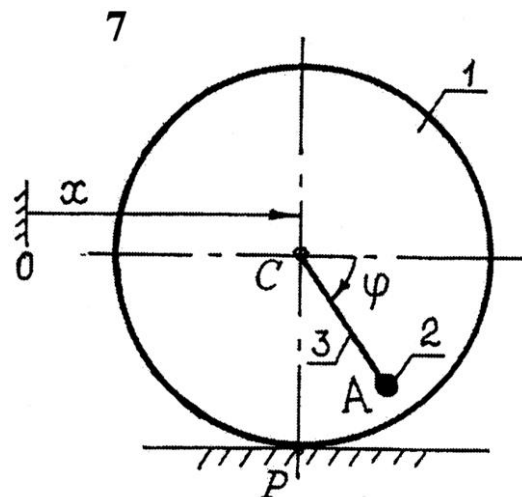
УСЛОВИЕ

Вариант 7.

Каток 1 (однородный диск) массой m_1 катится без скольжения по горизонтальной направляющей. В центре катка C шарнирно закреплен маятник CA длиной l . Масса маятника сосредоточена в точке A и равна m_2 . В начальный момент стержень 3 находился в горизонтальном положении ($\varphi = 0$), система покоилась. При $\varphi = \varphi_1$ определить: 1) скорость и ускорение центра C катка 1; 2) абсолютные скорость и ускорение точки A ; 3) реакцию шарнира C ; 4) реакцию в точке P .

Принять $m_1 = 4m_2 = 4m$, $mg = 100 \text{ Н}$, $l = 0,2 \text{ м}$, $\varphi_1 = \pi/4 \text{ рад}$.

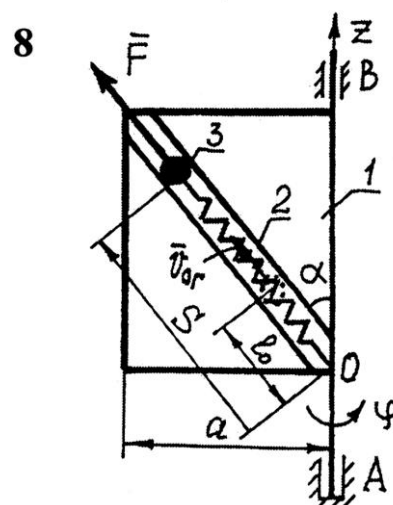
СХЕМА



Вариант 8.

На однородной пластине 1 массой m_1 и шириной a жестко закреплена гладкая трубка 2, которая образует с осью z угол α . Момент инерции трубки относительно оси z равен I . Внутри трубки движется шарик 3 (материальная точка) массой m_3 . К шарiku приложена постоянная сила F , направленная вдоль трубки 3. При своем движении шарик деформирует пружину жесткости c . В начальный момент времени угловая скорость вращения пластины $-\omega_0$, относительная скорость движения шарика v_{0r} . Пружина недеформирована, ее свободная длина l_0 . Масса трубки m_2 . В момент, когда шарик будет покидать трубку, определить:

- 1) угловую скорость и ускорение пластины 1;
- 2) абсолютные скорость и ускорение шарика 3;
- 3) вертикальную составляющую реакции подпятника A ;
- 4) давление шарика на трубку. Принять: $\alpha = 30^\circ$, $m_1 = 12m_3$, $m_2 = m_3 = m = 1 \text{ кг}$, $F = mg$, $a = 0,5 \text{ м}$, $\omega_0 = 10 \text{ рад/с}$, $v_{0r} = 1 \text{ м/с}$, $l_0 = 0,2 \text{ м}$, $c \cdot a = 0,2mg$, $I = ma^2$.



Вариант 9.

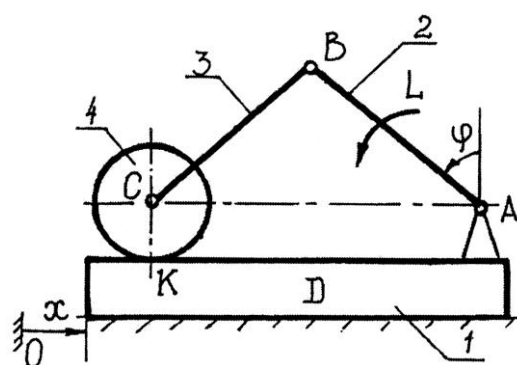
На плите 1 массой m_1 , которая движется по гладкой горизонтальной плоскости, помещена механическая система, состоящая из стержней 2, 3 и катка 4, который катится по плите без скольжения. Однородный стержень 2 и каток 4 (однородный диск) имеют массы m_2 и m_4 , радиус катка r . В начальный момент система покоилась, стержень 2 занимал верхнее вертикальное положение. К стержню 2 приложена пара сил с моментом L .

При $\varphi = \varphi_1$ определить: 1) угловую скорость катка 4 и скорость плиты 1; 2) угловое ускорение катка 4 и ускорение плиты 1; 3) силу в точке K ; 4) давление системы на плоскость.

Принять:

$m_1 = 8,8m_4$, $m_2 = 0,2m_4$, $m_4 = 5 \text{ кг}$, $r = 0,2 \text{ м}$,
 $AB = BC = l = 0,5 \text{ м}$, $\varphi = \pi/4 \text{ рад}$, $L = 0,5m_2gl$.

9

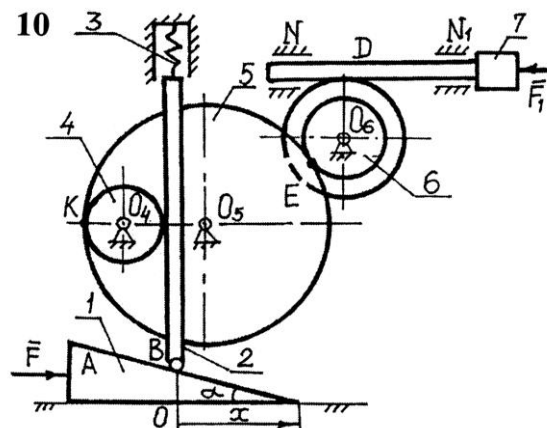


УСЛОВИЕ

Вариант 10.

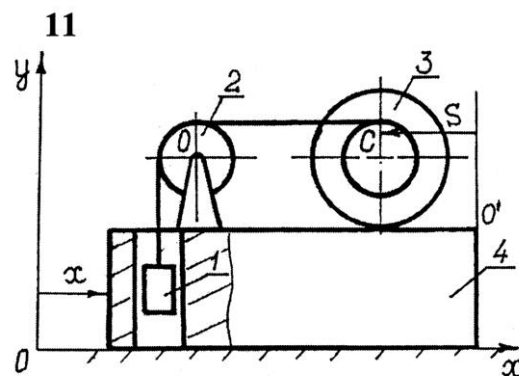
В механизме кулачок 1 массой m_1 движется по гладкой горизонтальной плоскости под действием горизонтальной сил \bar{F} . На грань кулачка 1 опирается толкатель 2 массой m_2 , на который действует упругая сила пружины 3 жёсткости c . Жёстко с толкателем связана зубчатая рейка, которая зацеплена с шестерней 4 массой m_4 и радиусом r_4 . Шестерня 5 находится в зацеплении с шестернями 4 и 6. Масса шестерни 5 равна m_5 и распределена равномерно по её ободу, шестерня 4 - однородный диск. Момент инерции шестерни 6 относительно ее оси вращения равен I_6 , радиусы ступеней R_6, r_6 . С шестерней 6 находится в зацеплении рейка, жёстко связанная с пуансоном прессы 7, массой m_7 . К пуансону приложена сила сопротивления \bar{F}_1 . В начальный момент система покоилась. При $x=x_1$ определить: 1) скорость пуансона 7 и угловую скорость шестерни 4; 2) ускорения кулачка 1 и пуансона 7; 3) давление кулачка на плоскость; 4) реакции в точках E, K и D при $t = 1$ с. При $x = 0$ пружина не напряжена. Принять: $m_1 = 5m_2 = 4m_4 = m_5 = 0,8m_1$; $m_2 = 2$ кг, $I_6 = 0,1$ кг·м², $F = m_1g$, $\alpha = 45^\circ$, $F_1 = 0,2m_1g$, $c = m_2g/r_6$; $R_6/r_6 = 2$, $r_4 = r_6 = 0,1$ м, $x_1 = 0,1$ м.

СХЕМА



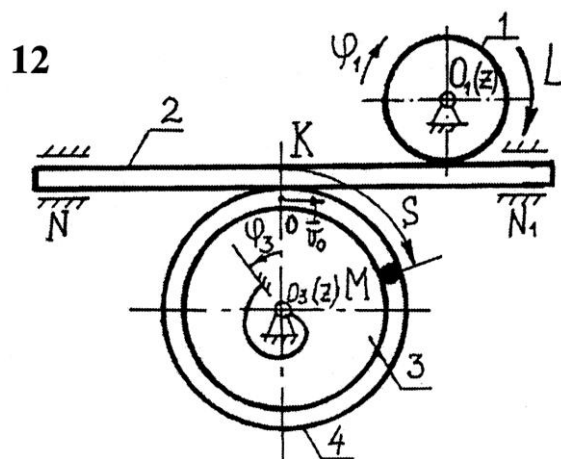
Вариант 11.

Груз 1 массой m_1 , опускаясь, с помощью нити, переброшенной через блок 2 массой m_2 и намотанной на малую ступень катка 3 массой m_3 , приводит его в движение. Каток большой ступенью катится без скольжения по плите 4 массой m_4 . Радиусы большой и малой ступеней катка 3 равны R и r , радиус инерции катка относительно оси, проходящей через центр масс перпендикулярно плоскости рисунка, равен ρ . Движение начинается из состояния покоя. Определить: 1) скорость груза 1 при опускании его на высоту h , ускорение груза; 2) давление механической системы на горизонтальную плоскость; 3) минимальное значение коэффициента трения скольжения, при котором каток 3 катится без скольжения; 4) реакцию оси блока 2. Принять: $m_3 = m$, $m_4 = 4m$, $m_2 = 0,2m$, $m_1 = 0,8m$, $mg = 1600$ Н, $R = 2r = 0,2$ м, $\rho = 0,15$ м, $h = 1$ м.



Вариант 12.

К шестерне 1 массой m_1 , радиусом r приложена пара сил с моментом L . Шестерня находится в зацеплении с рейкой 2 массой m_2 , которая в свою очередь находится в зацеплении с шестерней 3 массой $m^$ и радиусом K . С шестерней 3 жёстко связана трубка 4, в которой движется материальная точка M массой m . Шестерня 3 связана с основанием спиральной пружиной, жёсткость которой равна c . В начальный момент движения пружина не напряжена. Шестерни считать однородными дисками. Начальная скорость точки M по отношению к трубке 4 равна v_0 . Механизм расположен в горизонтальной плоскости. Определить при $\varphi_1 = (\varphi_1)_1$: 1) угловые скорость и ускорение шестерни 3; 2) относительные скорость и ускорение точки M ; 3) давление точки M на трубку 4; 4) силу реакции в зацеплении K . Принять: $R=2r$, $r = 0,1$ м, $m_3 = 8m$, $m_1 = 2m$, $m_2 = 2m$, $m = 0,2$ кг, $L = \frac{3}{\pi} mgr$, $c = \frac{9}{\pi^2} mgr$, $(\varphi_1)_1 = \frac{\pi}{3}$ рад, $v_0 = 0,5$ м/с. (Момент упругих сил спиральной пружины равен $L_{O_3z} = -c\varphi_3$, φ_3 - угловая деформация, $\varphi_3 = f(\varphi_1)$, где φ_1, s - обобщённые координаты).



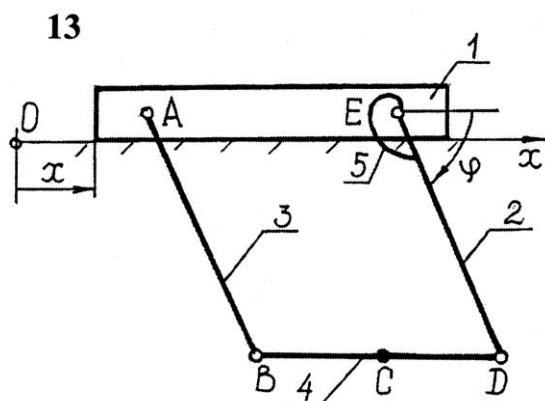
УСЛОВИЕ

Вариант 13.

Плита 1 массой m_1 может перемещаться по гладкой горизонтальной плоскости. На плите с помощью цилиндрических шарниров A и E укреплен параллелограмм, состоящий из однородных стержней 2, 3, 4, массы которых равны $m_2 = m_3, m_4$, а длины $AB = BE = 2l$. Стержень 2 скреплен с плитой 1 спиральной пружиной жесткости c (моменты упругих сил пружины $L_{Ez} = -c\psi$, где ψ - угловая деформация пружины). Пружина не деформирована при нижнем вертикальном положении стержней. В шарнирах A и E действуют пары сил сопротивления с моментами $L_I = L/2$. В начальный момент система покоилась, все стержни параллелограмма занимали горизонтальное положение ($\varphi = 0$). Определить при $\varphi = \varphi_1$: 1) угловую скорость стержней 2, 3 и скорость плиты 1; 2) угловое ускорение стержней 2, 3 и абсолютное ускорение стержня BD ; 3) давление системы на плоскость.

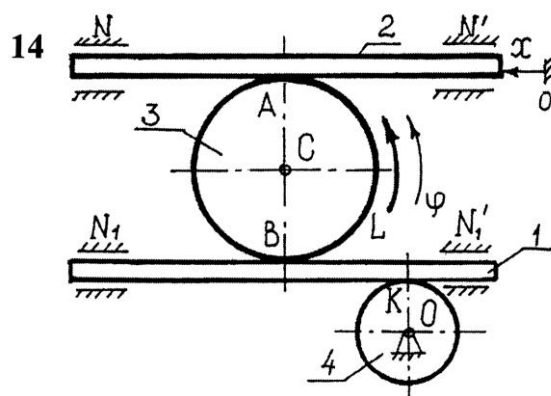
Принять: $m_1 = 5m_2, m_4 = 2m_2, m_2 = 1 \text{ кг}, l = 0,5 \text{ м}, c = m_2gl, L = c\pi/8 \text{ Н}\cdot\text{м}, \varphi = \pi/2 \text{ рад}$.

СХЕМА



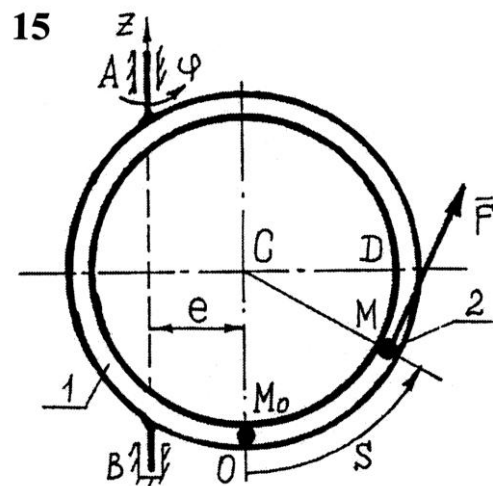
Вариант 14.

Колесо 3 массой m_3 и радиусом R находится в зацеплении с рейками 1 и 2, движущимися в гладких направляющих. Массы реек равны m_1 и m_2 . Рейка 1 находится в зацеплении с шестерней 4 массой m_4 и радиусом r . Колесо 3 и шестерня 4 - однородные диски. К колесу 3 приложена пара сил с моментом L . В начальный момент система покоилась. Определить в момент, когда колесо 3 сделает оборота: 1) угловую скорость колеса 3 и скорость рейки 1; 2) угловое ускорение шестерни 4 и ускорение рейки 2; 3) силы в зацеплениях K и A . Принять: $m_3 = 9m_4, m_1 = 2m_2 = 2m_4, m_4 = 2 \text{ кг}, R = 3r, r = 0,1 \text{ м}, L = m_2gR$.



Вариант 15.

Вокруг оси Bz вращается гладкая трубка 1, свернутая в кольцо радиусом R и массой M . Трубка 1 жестко связана с осью Bz . Массу трубки считать равномерно распределенной по окружности радиусом R . Внутри трубки под действием силы \vec{F} , направленной по касательной к трубке, движется шарик 2 (материальная точка M). В начальный момент трубке сообщена угловая скорость ω_0 , шарик находится в точке O , его относительная скорость по отношению к трубке была равна нулю. Определить в момент, когда шарик 2 займет положение D на горизонтальном диаметре трубки: 1) угловую скорость трубки 1 и абсолютную скорость шарика 2; 2) угловое ускорение трубки 1 и абсолютное ускорение шарика 2; 3) давление шарика на трубку. Принять: $M = 3m, m = 0,2 \text{ кг}, R = 0,5 \text{ м}, e = R/2, F = 2mg, \omega_0 = 0,9 \text{ рад/с}$.



УСЛОВИЕ

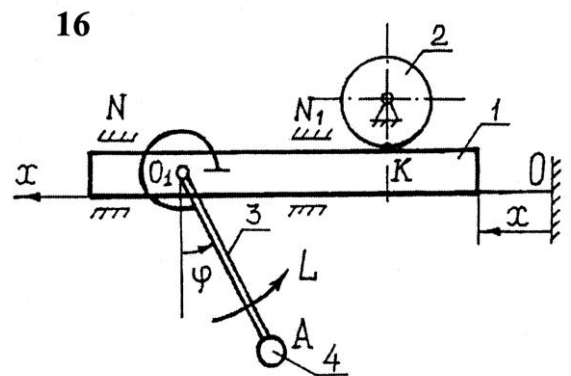
Вариант 16.

Механическая система состоит из рейки 1 массой m_1 , которая находится в зацеплении с шестерней 2 (однородный диск) массой m_2 и радиусом r и маятника. Маятник состоит из стержня 3 длиной l и материальной точки 4 массой m . Маятник 3 и рейка 1 связаны шарниром O_1 , и спиральной пружиной с жёсткостью c . К стержню 3 приложена пара сил с моментом L . В начальный момент система покоилась, маятник занимал нижнее вертикальное положение ($\varphi = 0$), в котором пружина не напряжена. Момент упругих сил пружины $L_{O_1z} = -c\varphi$, где φ - угловая деформация пружины. При $\varphi = \varphi_1$ определить: 1) угловые скорости маятника и шестерни 2; 2) угловые ускорения маятника и шестерни 2; 3) реакции в точках O_1 и K .

Принять:

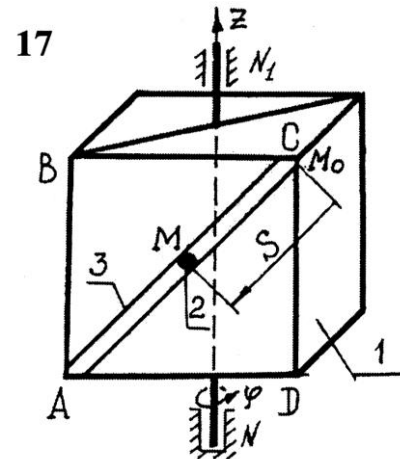
$m_1 = 5m$, $m_2 = 2m$, $m = 1$ кг, $l = O_1A = 0,5$ м, $r = 0,1$ м, $c = mgl$, $L = 3mgl$, $\varphi = \pi/6$ рад.

СХЕМА



Вариант 17.

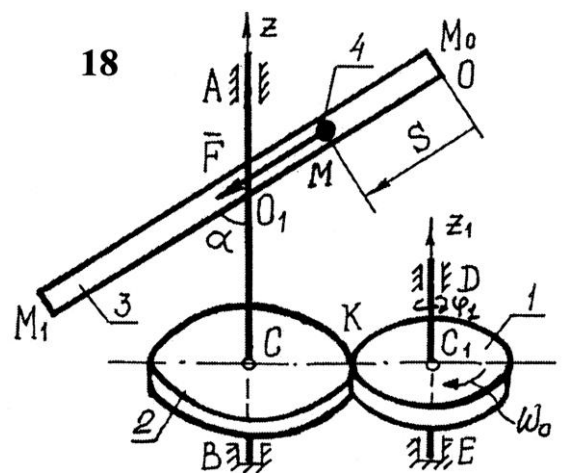
Однородный куб 1 массой M , сторона которого равна a , может вращаться вокруг своей оси симметрии Nz . По трубке 3, закреплённой по диагонали грани куба $ABCD$, движется материальная точка 2 массой m . В начальный момент куб находился в покое. Точка 2 отпущена без начальной скорости из положения (точка C) и, двигаясь по пазу, достигает нижнего положения A . Для этого положения точки M определить: 1) угловую скорость и ускорение куба; 2) относительные скорость и ускорение точки; 3) давление точки на трубку 3. Принять: $M = 21m$, $m = 2$ кг, $a = 0,5$ м.



Вариант 18.

В механической системе шестерни 1 и 2 (однородные диски), вращающиеся вокруг осей Ez_1 и Bz , находятся в зацеплении, их массы m_1 , m_2 , радиусы - r_1 , r_2 . К оси Bz жёстко прикреплена гладкая трубка 3, внутри которой движется шарик 4 (материальная точка) массой m под действием силы \vec{F} , направленной вдоль трубки. Момент инерции трубки относительно ее оси вращения I , ее длина L . В начальный момент шестерне 1 была сообщена угловая скорость ω_0 , точка 4 занимала крайнее верхнее положение M_0 . Скорость шарика 4 относительно трубки 3 была равна нулю. Определить для момента, когда шарик достигнет нижнего конца трубки M_1 : 1) угловую скорость и угловое ускорение трубки 3; 2) абсолютные скорость и ускорение шарика, угловое ускорение шестерни 1; 3) давление шарика на трубку и реакцию в точке K . Принять:

$m_1 = 5m$, $m_2 = 10m$, $m = 0,5$ кг, $I = 8ml^2$, $L = 3l$, $O_1M_1 = 2l = I$ м, $F = mg$, $r_2 = 2r_1$, $r_1 = 0,1$ м, $\omega_0 = 4,9$ рад/с, $\alpha = \pi/3$ рад.



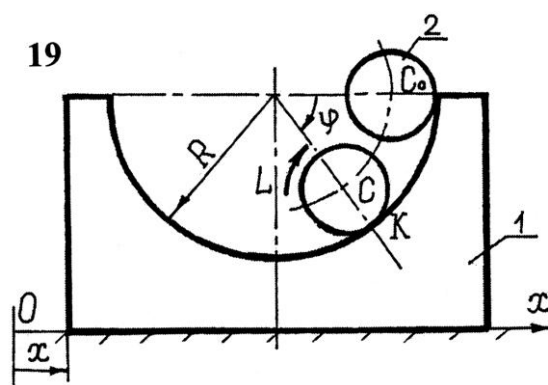
УСЛОВИЕ

Вариант 19.

Брус 1 массой M с цилиндрической выемкой радиусом R может двигаться по гладкой горизонтальной плоскости. Внутри выемки катится без скольжения однородный цилиндр 2 массой m и радиусом r . К цилиндру приложена пара сил сопротивления с моментом L . В начальный момент система покоилась, а цилиндр 2 занимал положение, когда его центр был в точке C_0 . При $\varphi = \varphi_1$ определить: 1) угловую скорость цилиндра 2 и скорость бруса 1; 2) угловое ускорение цилиндра 2 и ускорение бруса 1; 3) давление системы на плоскость и реакцию в точке K .

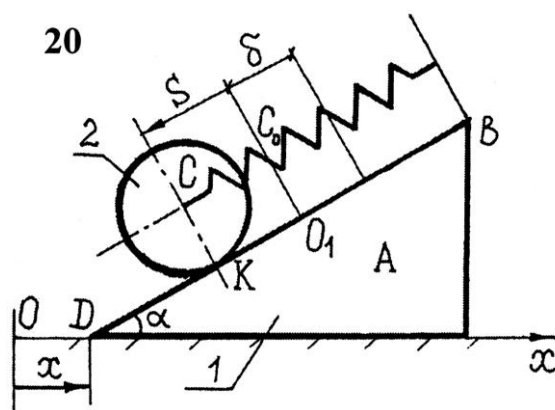
Принять: $M = 10m$, $m = 1 \text{ кг}$, $R = 5r$, $r = 0,1 \text{ м}$, $L = 0,1mgr$, $\varphi_1 = 60^\circ$.

СХЕМА



Вариант 20.

Призма 1 массой M может перемещаться по гладкой горизонтальной плоскости. По грани призмы с углом наклона к горизонту α катится без скольжения однородный цилиндр 2 массой m и радиусом r . Цилиндр 2 скреплён с призмой пружиной жесткости c , параллельной грани призмы BD . В начальный момент призма 1 находилась в покое, а центру масс цилиндра - точке C была сообщена скорость относительно призмы v_0 вниз параллельно грани BD из положения равновесия C_0 . Сила упругости пружины пропорциональна ее деформации, δ - деформация при равновесии. При $s = \delta$ определить: 1) скорость призмы и угловую скорость цилиндра; 2) ускорение призмы; 3) силу реакции в точке K ; 4) давление системы на плоскость; 5) закон движения призмы 1. Принять: $M = 4m$, $m = 7 \text{ кг}$, $\alpha = 45^\circ$, $c = 500 \text{ Н/м}$, $v_0 = 1 \text{ м/с}$, $r = 0,2 \text{ м}$.

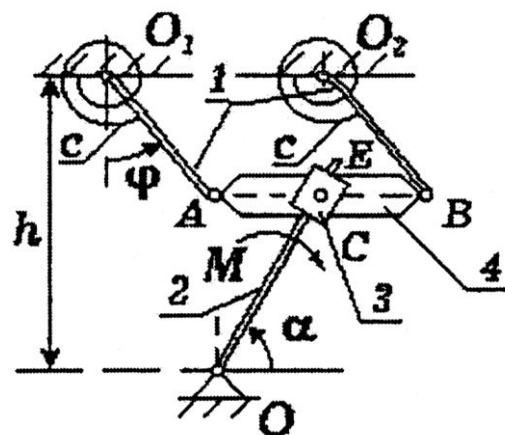


Вариант 21.

Плита массой m_4 крепится с помощью шарниров A и B к двум вертикальным стержням одинаковой длины L , шарнирно связанными с неподвижным основанием в точках O_1 и O_2 . Кулиса 2 массой m_2 может вращаться вокруг оси, проходящей через точку O . На кулису надета втулка, шарнирно связанная с плитой в точке C . Приложение к кулисе пары сил с моментом M , приводит к ее отклонению от исходного вертикального положения ($\varphi = 0$). Стержни при этом также отклоняются, деформируя спиральные пружины с жесткостью c каждая. Считая в начальный момент, когда система покоилась, пружины не деформированными, принимая массу кулисы равномерно распределенной по длине OE , а центр масс плиты, лежащим на оси, проходящей через точку C ($AC = CB$), определить: 1) скорость точки A и угловую скорость кулисы при $\varphi = \pi/4$ рад; 2) силу реакции, с которой кулиса действует на втулку, при $\varphi = 0$ рад.

Принять: $OE = 2L$, $c = 32mg/\pi^2$, $h = 2L$, $L = 2 \text{ м}$, $m_2 = m_4 = m = 5 \text{ кг}$.

21



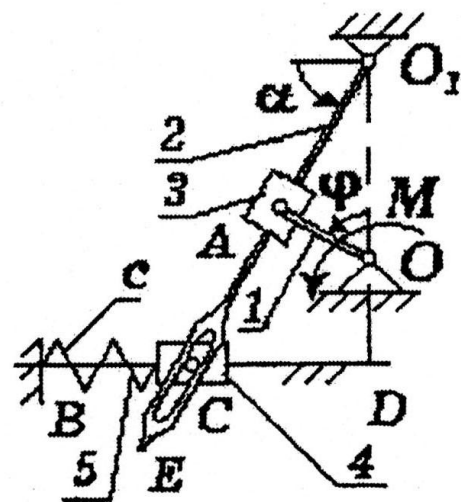
УСЛОВИЕ

Вариант 22.

Механизм, расположенный в горизонтальной плоскости, состоит из кривошипа 1 массой m_1 , втулки 3 и ползуна 4, а также кулисы 2 массой m_2 . Втулка, надетая на кулису, связана с кривошипом с помощью шарнира A . Кулиса и ползун связаны посредством пальца, проходящего сквозь прорезь кулисы. Приложение пары сил с моментом M к кривошипу приводит к вращению кулисы вокруг оси, проходящей через точку O_1 , и движению ползуна по направляющей BD . Перемещение ползуна вызывает деформацию пружины 5 жесткости c . Считая, что в начальный момент времени, когда система покоилась, звенья механизма соответствовали положению, при котором $\varphi = 0$, а пружина не деформирована, принимая массы кривошипа и кулисы равномерно распределёнными по OA и O_1E , определить: 1) скорость точки A и угловую скорость кулисы при $\varphi = \pi/3$ рад; 2) силу реакции, с которой кулиса действует на втулку, при $\varphi = 0$ рад. Принять: $O_1E = 8L$, $OO_1 = 2L$, $L = 1$ м, $M = 12mgL/\pi$, $c = 2mg/9L$, $m_1 = m_2 = m = 1$ кг, $OA = L$, $O_1D = 3\sqrt{3} \cdot L$.

СХЕМА

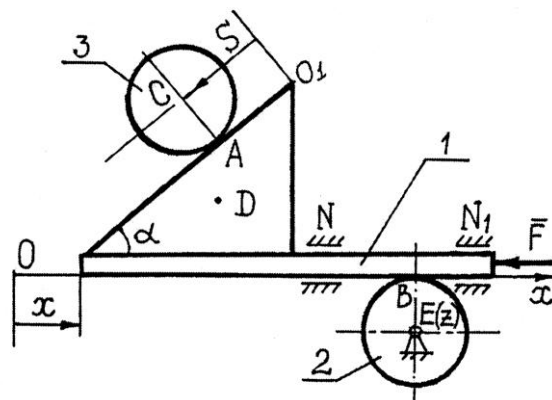
22



Вариант 23.

С рейкой 1 жёстко связана призма D с углом наклонной грани к горизонту α . Их общая масса M . К рейке приложена горизонтальная сила \bar{F} . Рейка находится в зацеплении с шестерней 2 (однородным диском) массой m и радиусом r и движется в направляющих $N-N_1$. По призме катится без скольжения однородный цилиндр 3 массой m_C и радиусом R . В начальный момент система покоилась, $x = 0$, $s = 0$. Определить: 1) при $s = s_1$ скорость рейки 1 и угловую скорость цилиндра 3; 2) угловые ускорения шестерни 2 и цилиндра 3; 3) силы в точке A и шарнире E . Принять: $M = 20m$, $m_C = 4m$, $m = 2$ кг, $R = 2r$, $r = 0,1$ м, $\alpha = 60^\circ$, $s = 0,2$ м, $F = 0,1mgl$.

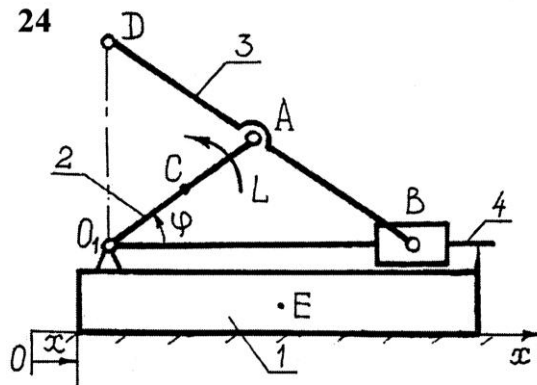
23



Вариант 24.

На плите 1 массой m_1 , которая может двигаться по гладкой горизонтальной плоскости, помещён кривошипно-ползунный механизм. Массы кривошипа 2, шатуна 3, материальной точки D , ползуна B равны m_2 , m_3 , $m_D = m_B = m$. В Начальный момент система находилась в покое, кривошип 2 занимал горизонтальное положение ($\varphi = 0$). К кривошипу приложена пара сил с постоянным моментом L . Кривошип 2 и шатун 3 считать однородными стержнями. Для положения кривошипа 2, когда $\varphi_1 = \pi/4$ рад, определить: 1) скорость плиты и угловую скорость кривошипа; 2) ускорение плиты и угловое ускорение кривошипа; 3) давление системы на плоскость; 4) давление ползуна B на направляющую 4. Принять: $m_1 = 20m$, $m_2 = 2m$, $m_3 = 4m$, $m = 1$ кг, $L = 4m_2gl$, $O_1A = AB = AD = l$, $l = 0,5$ м.

24



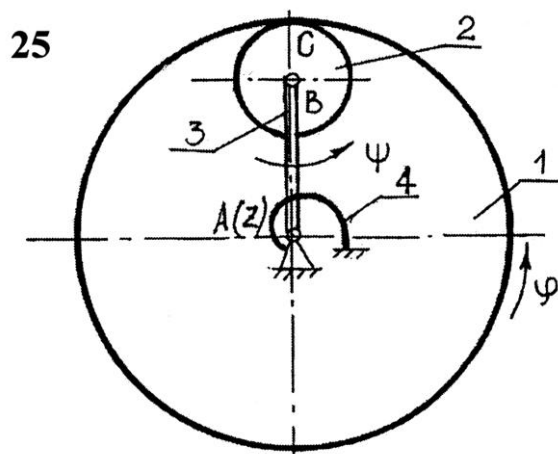
УСЛОВИЕ

Вариант 25.

В дифференциальном механизме шестерня 1 массой M и радиусом R находится в зацеплении с шестерней 2 массой m и радиусом r . Шестерня 2 приводится в движение с помощью водила 3. Шестерня 1 связана с основанием спиральной пружины 4, жёсткость которой равна c (момент упругих сил пружины $L_{Az} = -c\varphi$, где φ - угловая деформация пружины). Механизм расположен в горизонтальной плоскости. Шестерни считать однородными дисками. В начальный момент пружина 4 не напряжена, шестерне 1 сообщили угловую скорость ω_0 .

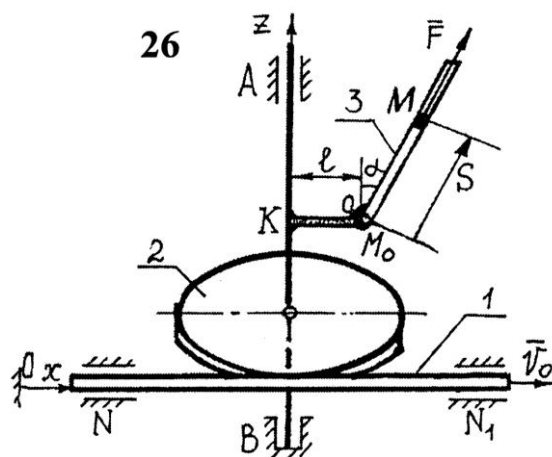
Определить в положении механизма, когда шестерня 1 повернется на угол φ_1 : 1) угловые скорости и 2) угловые ускорения шестерни и водила 3; 3) силу в зацеплении C .
Принять: $M = 9m$, $R = 3r$, $m = 2 \text{ кг}$, $r = 0,1 \text{ м}$, $c = 40 \text{ (Н·м)/рад}$, $\omega_0 = 5 \text{ рад/с}$, $\varphi_1 = \pi/12 \text{ рад}$.

СХЕМА



Вариант 26.

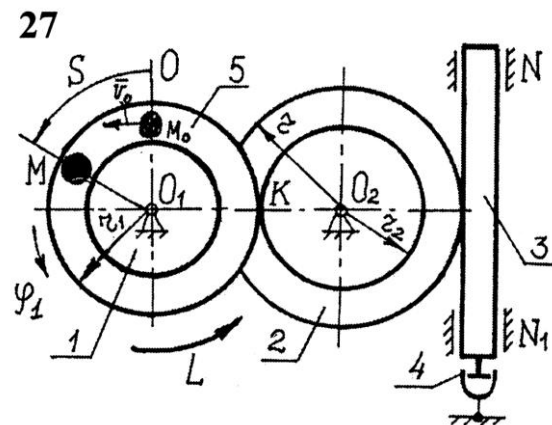
Рейка 1 массой m_1 в начальный момент получила скорость v_0 и находится в зацеплении с шестерней 2 массой m_2 и радиусом R . Шестерня 2 (однородный диск) и трубка 3 закреплены на оси Bz и вращаются вокруг неё. Внутри трубки длиной L движется материальная точка M массой m под действием постоянной силы \vec{F} , направленной вдоль трубки. Момент инерции трубки и стержня OK относительно оси Bz равен I . Точка M находится в начальный момент в трубке при $s = 0$, и начальная скорость точки относительно трубки равна нулю. Определить для момент вылета точки M из трубки: 1) угловые скорость и ускорение трубки; 2) абсолютные скорость и ускорение точки M ; 3) давление точки M на трубку; 4) касательную составляющую силы в зацеплении рейки 1 и шестерни 2.
Принять: $m_1 = 5m$, $m_2 = 4m$, $m = 0,2 \text{ кг}$, $I = m_2 R^2$, $L = 10R$, $l = 2R$, $v_0 = 1 \text{ м/с}$, $F = mg$, $\alpha = \pi/6 \text{ рад}$.



Вариант 27.

В механизме шестерни 1 и 2 находятся в зацеплении, шестерня 2 находится в зацеплении с рейкой 3 массой m_3 . Моменты инерции шестерён 1 и 2 относительно их осей вращения равны I_1 , I_2 . К рейке 3 прикреплен демпфер 4, создающий силу сопротивления $\vec{R} = -\mu \cdot \vec{v}$, где $\mu = \text{const} > 0$, v - скорость рейки. На шестерне 1 закреплена трубка 5, в которой движется точка M массой m , ее начальная относительная скорость по трубке равна v_0 . Механизм расположен в горизонтальной плоскости. Определить при $t = t_1$: 1) угловую скорость шестерни 1 и ускорение рейки 3; 2) относительные по отношению к трубке 5 скорость и ускорение точки M ; 3) давление точки M на трубку; 4) силу в зацеплении K .

Принять: $m = 0,5m_3$, $m_3 = 2 \text{ кг}$, $L = 0,35 \text{ Н·м}$, $I_2 = 2I_1$, $I_2 = 2m_3 r_2^2$, $r_1 = r_2$, $r = 2r_2$, $r_2 = 0,1 \text{ м}$, $\mu = 1,75 \text{ (Н·с)/м}$, $v_0 = 1 \text{ м/с}$, $t_1 = 1 \text{ с}$.

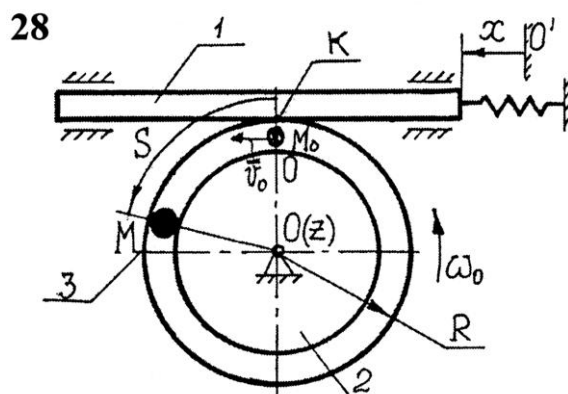


УСЛОВИЕ

Вариант 28.

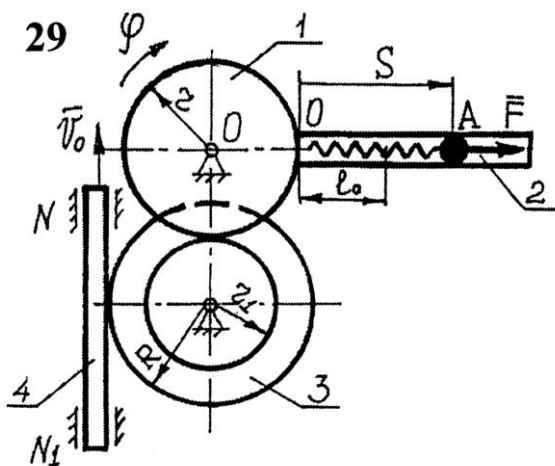
Рейка 1 массой m_1 находится в зацеплении с шестерней 2 массой m_2 и радиусом R . К рейке прикреплена пружина жёсткости c , которая в начальном положении системы не деформирована. На шестерне 2 жестко укреплена трубка 3 радиусом R , в которой движется точка M массой m . В начальном положении шестерне сообщается угловая скорость ω_0 , а точке M - относительная скорость вдоль трубки v_0 . Определить: 1) максимальную деформацию пружины φ_{max} ; и при $\varphi = \varphi_{max}$; 2) угловое ускорение шестерни 2 и ускорение рейки 1; 3) относительные скорости и ускорение точки M ; 4) реакцию в точке K и давление точки M на трубку. Упругая сила пружины $F_x = -cx$. Шестерня 2 - однородный диск. Механизм расположен горизонтально. Принять: $m_1 = 1,2m_2$, $m = 0,2m_2$, $m_2 = 5 \text{ кг}$, $R = 0,2 \text{ м}$, $\omega_0 = 1 \text{ рад/с}$, $v_0 = 1 \text{ м/с}$, $c = 306/\pi^2 \text{ Н/м}$.

СХЕМА



Вариант 29.

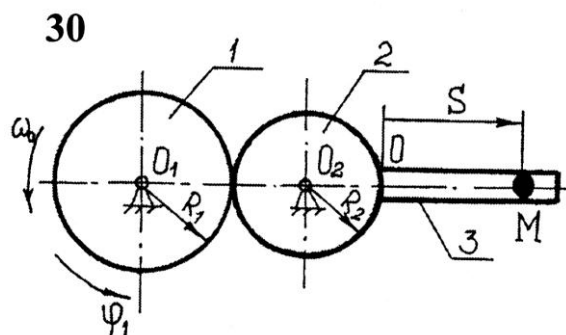
В механизме шестерни 1 и 3, шестерня 3 и рейка 4 находятся в зацеплении. С шестерней 1 жёстко скреплена трубка 2, в которой движется материальная точка A массой m под действием силы \vec{F} , направленной вдоль трубки, и силы упругости пружины жёсткости c , свободная длина пружины l_0 . Рейке 4 массой M сообщена начальная скорость v_0 , $s = l_0$. Моменты инерции шестерен 1 и 3 относительно осей вращения равны I и I_1 . Определить: 1) угловые скорости и ускорение звена 1-2; 2) скорость и ускорение точки A ; 3) касательную составляющую силы в зацеплении шестерен 1 и 3; 4) давление точки на трубку. Механизм расположен в горизонтальной плоскости. Принять: $I = 2MR^2$, $I_1 = 2I$, $R = 3r_1$, $r = 2r_1$, $l_0 = 2r$, $M = 2m = 0,2 \text{ кг}$, $R = 0,27 \text{ м}$, $F = 1 \text{ Н}$, $c = 10 \text{ Н/м}$.



Вариант 30.

В механизме шестерни 1 и 2 находятся в зацеплении. С шестерней 2 жёстко связана трубка 3, в которой движется материальная точка M массой m . В начальный момент шестерне 1 сообщена начальная угловая скорость ω_0 . Точка M находилась в положении $s = 0$ и не имела скорости относительно трубки. Моменты инерции шестерен 1 и 2 относительно осей вращения равны I_1 , I_2 . Механизм находится в горизонтальной плоскости. Определить при $s = 2R_2$: 1) угловые скорости и ускорение шестерни 1; 2) относительные по отношению к трубке 3 скорости и ускорение точки M ; 3) давление точки M на трубку; 4) силу в зацеплении шестерён. Принять:

$$I_1 = \frac{m_1 R_1^2}{2}, I_1 = 0,8I_2, R_1 = 1,2R_2, R_2 = 0,1 \text{ м}, m_1 = 3m = 3 \text{ кг}, \omega_0 = 1 \text{ рад/с}.$$

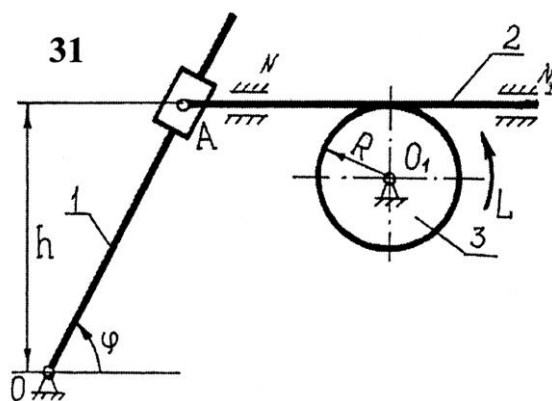


УСЛОВИЕ

Вариант 31.

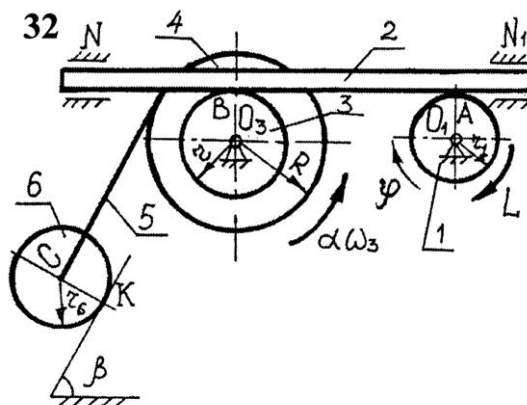
Механизм состоит из кулисы 1 массой m_1 и длиной l , толкателя 2 массой m_2 и шестерни 3 массой m_3 и радиусом R . Кулиса и толкатель соединены ползуном A , который шарнирно закреплён на толкателе 2. К шестерне 3 приложена пара сил с моментом L . Механизм расположен в вертикальной плоскости. В начальный момент $\varphi = \varphi_0$ и механизм покоился. Кулису 1 считать однородным стержнем, а шестерню 3 - однородным диском. Определить при $\varphi = \varphi_1$: 1) угловую скорость и ускорение кулисы 1; 2) давление ползуна A на кулису 1; 3) реакцию в опоре O_1 . Принять: $L = 0,2m_1gl$, $m_1 = m_2$, $m_3 = 0,8m_1$, $h = 0,3l$, $\varphi_0 = 30^\circ$, $\varphi_1 = 60^\circ$, $m_1 = 5 \text{ кг}$, $h = 0,6 \text{ м}$.

СХЕМА



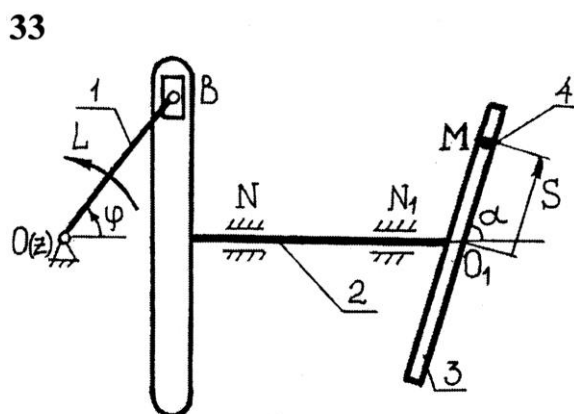
Вариант 32.

В механической системе рейка 2 массой m_2 находится в зацеплении с шестернями 1 (однородный диск массой m_1) и 3 и движется в гладких направляющих $N-N_1$. С шестерней 3 связан барабан 4, на который наматывается нить 5, конец которой закреплён в центре катка C (однородного диска) массой m_6 и радиусом r_6 . Каток катится без скольжения по наклонной плоскости с углом β к горизонту. К шестерне 1 приложена пара сил с моментом L . К шестерне 3 приложена пара сил сопротивления с моментом $L_{O_3z} = -\alpha\omega_{3z}$ ($\alpha = \text{const} > 0$), радиус инерции шестерни 3 и барабана 4 относительно их оси вращения $O_3(z)$ равен ρ , их масса m_3 . В начальный момент система покоилась. Определить: 1) закон движения катка C ; 2) при $t = t_1$ угловую скорость и ускорение шестерни 1; 3) реакции в точках A , O_3 ; 4) натяжение нити 5. Принять: $m_3 = 4m_1$, $m_6 = 3m_1$, $m_2 = 2m_1$, $m_1 = 2 \text{ кг}$, $R = 2r$, $\rho = r_1 = 1,5r$, $r = 0,1 \text{ м}$, $\alpha = 0,2 \text{ Н}\cdot\text{м}\cdot\text{с}$, $L = 6m_1gr_1$, $\beta = 60^\circ$, $t_1 = 1 \text{ с}$.



Вариант 33.

В кулисном механизме кривошип 1 - однородный стержень длиной l и массой m_1 вращается вокруг оси $O(z)$, перпендикулярной плоскости рисунка, под действием пары сил с моментом L и с помощью ползуна B приводит в движение кулису 2 в направляющих N и N_1 . С кулисой жёсткокреплена трубка 3 (общая их масса M), в которой движется точка 4 массой m . Механизм находится в горизонтальной плоскости. В начальный момент система находилась в покое и $\varphi = 0$, $s = 0$. Определить при $\varphi = \varphi_1$: 1) угловую скорость и ускорение кривошипа 1; 2) давление точки 4 на трубку 3; реакцию в опоре O . Принять: $l = 0,5 \text{ м}$, $m = 0,1 \text{ кг}$, $m_1 = 0,3 \text{ кг}$, $M = 0,7 \text{ кг}$, $L = 10 \text{ Н}\cdot\text{м}$, $\varphi_1 = \pi/4 \text{ рад}$.

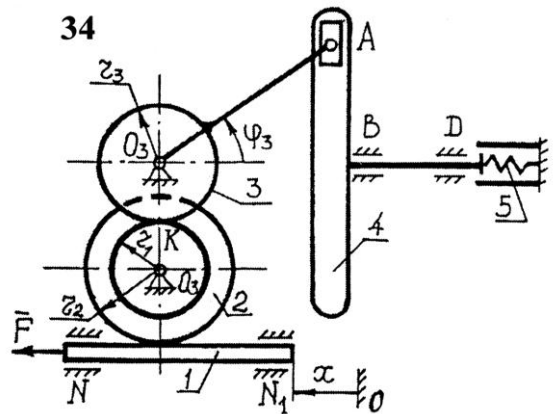


УСЛОВИЕ

Вариант 34.

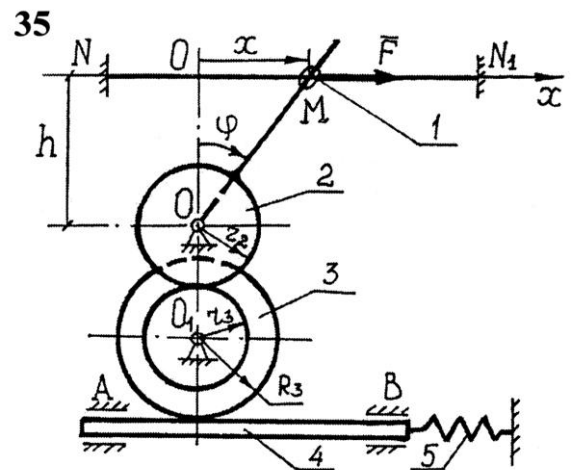
В механизме рейка массой m_1 , находится в зацеплении с шестерней 2, которая находится в зацеплении с шестерней 3. К шестерне 3 приварен стержень, который шарнирно скреплён с ползуном A , а через него связан с кулисой 4 массой m_4 . К кулисе прикреплена пружина 5 жесткости c ($F_{\text{упр}} = c\lambda$, где λ - деформация пружины). Пружина не деформирована при $\varphi_3 = 0$. Система, находящаяся в покое при $\varphi_3 = 0$, приводится в движение силой \bar{F} , приложенной к рейке 1. Механизм расположен в горизонтальной плоскости. Моменты инерции шестерен 2 и 3 относительно осей вращения равны I_2, I_3 . Определить при $\varphi_3 = (\varphi_3)_1$: 1) угловые скорость и ускорение шестерни 3; 2) давление ползуна A на кулису 4; 3) реакцию в зацеплении K . Принять: $m_4 = 2m_1$, $m_1 = 2 \text{ кг}$, $I_2 = 1,5I_3$, $I_3 = 2m_1r_2^2$, $c = 100 \text{ Н/м}$, $F = 6cl/\pi$, $r_2 = 2r_1$, $r_3 = 1,6r_1$, $r = 0,1 \text{ м}$, $l = 0,5 \text{ м}$, $O_3A = l$, $(\varphi_3)_1 = \pi/6 \text{ рад}$.

СХЕМА



Вариант 35.

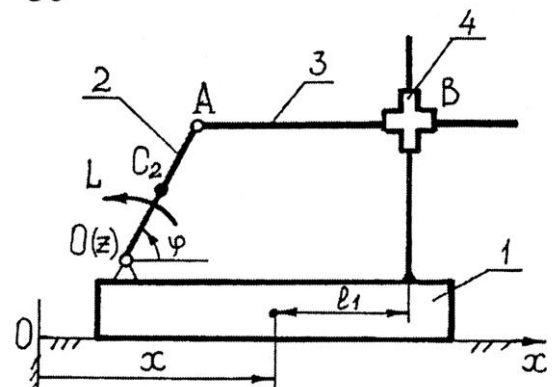
Механизм приводится в движение силой \bar{F} , приложенной к кольцу 1 (материальной точке) массой m , которое движется по направляющей $N-N_1$. Кольцо M надето и на стержень, который жёстко связан с шестерней 2, находящейся в зацеплении с шестерней 3. Шестерня 3 находится в зацеплении с зубчатой рейкой 4 массой M . Пружина 5 жёсткости c недеформирована при $\varphi = 0$. Механизм расположен в горизонтальной плоскости. Определить при $\varphi = \varphi_1$: 1) угловые скорость и ускорение стержня; 2) ускорение кольца 1; 3) давление кольца 1 на стержень; 4) силу в зацеплении шестерни 3 и рейки 4. Принять: $\varphi_1 = \pi/3 \text{ рад}$, $M = 16m$, $m = 0,1 \text{ кг}$, $h = 4R_3$, $R_3 = 0,1 \text{ м}$, $r_2 = 2r_3$, $c = 100 \text{ Н/м}$, $F = 5\sqrt{3} \text{ Н}$, $I = 2mh^2$, I, I_1 - моменты инерции шестерен 2 (со стержнем) и 3 относительно их осей вращения. Механизм расположен в горизонтальной плоскости.



Вариант 36.

На плите 1 массой m_1 находится механизм, состоящий из кривошипа 2 - однородного стержня массой m_2 и длиной l , стержня 3 массой m_3 и муфты 4 массой m_4 . Кривошип приводится во вращение вокруг оси $O(z)$, перпендикулярной плоскости рисунка, парой сил с моментом L . В начальный момент кривошип находился в горизонтальном положении ($\varphi = 0$) в покое. Определить при $\varphi = \varphi_1$: 1) угловые скорость и ускорение кривошипа 2; 2) скорость и ускорение плиты 1; 3) давление системы на неподвижную плоскость; 4) Реакцию в соединении B . Принять: $m_2 = m_1/3$, $m_3 = m_1/2$, $m_4 = m_1/5$, $m_1 = 10 \text{ кг}$, $l = 1,63 \text{ м}$, $L = m_1gl$, $\varphi = \pi/3$.

36

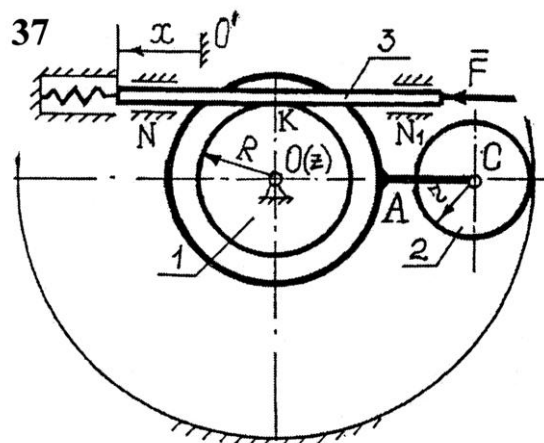


УСЛОВИЕ

Вариант 37.

В механизме шестерня 1 массой M и радиусом R с радиусом инерции ρ относительно оси $O(z)$ (центр масс шестерни 1 совпадает с точкой O) находится в зацеплении с рейкой 3 массой m_3 , к которой приложена сила \bar{F} и сила упругости пружины жёсткости c ($F_{\text{упр}} = c\lambda$, где λ - деформация пружины). К шестерне 1 вдоль её радиуса приварен поводок AC , на конце которого шарнирно закреплена шестерня 2 массой m и радиусом r . Шестерня 2 (однородный диск) находится в зацеплении с неподвижной шестерней. Механизм расположен в горизонтальной плоскости. В начальный момент механизм покоился, пружине не напряжена. Определить при $x = x_{\text{max}}$ (x_{max} - максимальное положительное перемещение рейки 3): 1) ускорение рейки 3, угловое ускорение шестерни 2; 2) силу в зацеплении K ; 3) силу, развиваемую пружиной; 4) реакцию опоры O . Принять: $M = 4m$, $m_3 = m$, $m = 4 \text{ кг}$, $R = 2r$, $\rho = 1,5r$, $r = 0,1 \text{ м}$, $OC = 6r$, $F = 67 \text{ Н}$, $c = 3350 \text{ Н/м}$.

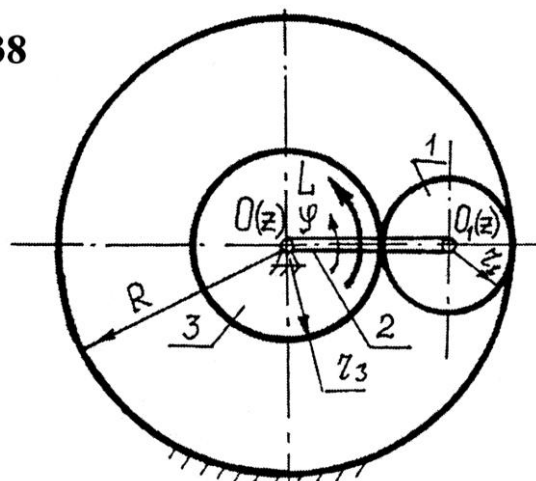
СХЕМА



Вариант 38.

В механизме шестерня 1 массой m_1 и радиусом r_1 обкатывается без скольжения по неподвижной шестерне и находится в зацеплении с шестерней 3 массой m_3 и радиусом r_3 , которая вращается вокруг неподвижной оси $O(z)$. Механизм приводится в движение с помощью водила 2 - однородного стержня массой m_2 , к которому приложена пара сил с моментом L . К шестерне 1 приложен момент сил сопротивления $L_{O_{1z}} = -\alpha\omega_{1z}$. Водило 2 и шестерня 3 вращаются вокруг оси $O(z)$ независимо друг от друга. Шестерни 1 и 2 считать однородными дисками. В начальный момент механизм покоился. Механизм расположен в горизонтальной плоскости. Определить при $t = t_1$: 1) угловую скорость водила 2 и угловое ускорение шестерни 3; 2) силу в зацеплении шестерен 1 и 3, момент сопротивления $L_{O_{1z}}$; 3) давление на ось водила 2 и шестерни 3. Принять: $m_3 = 4m_1$, $m_2 = 0,3m_1$, $m_1 = 2 \text{ кг}$, $r_3 = 2r_1$, $R = 0,4 \text{ м}$, $\alpha = 0,1 \text{ Н·м·с}$, $L = 3,5 \text{ Н·м}$, $t_1 = 1 \text{ с}$.

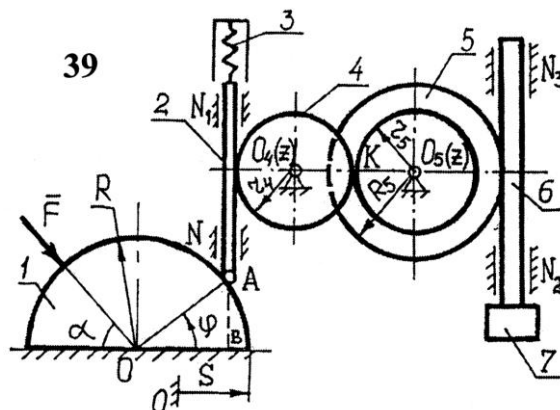
38



Вариант 39.

В механической системе кулачок 1 массой m_1 и радиусом R движется под действием постоянной силы \bar{F} по гладкой горизонтальной плоскости. В кулачок упирается толкатель-рейка 2 массой m_2 . Пружина 3 жёсткости c не деформирована в начальном положении покоя системы (при $\varphi = 0$), упругая сила пружины равна $F_{\text{упр}} = c\lambda$, где λ - деформация пружины. Толкатель-рейка 2, шестерни 4 и 5, а также рейка 6 с грузом 7 находятся в зацеплениях. Масса рейки 6 и груза 7 равна m_6 . Шестерня 4 массой m_4 и радиусом r_4 - однородный диск. Момент инерции шестерни 5 относительно её оси вращения - I_5 . Определить при $s = s_1$: 1) скорость и ускорение рейки 6; 2) давление кулачка 1 на плоскость; 3) реакцию в точке A ; 4) силу в зацеплении в точке K . Принять: $m_6 = 4m_1$, $m_4 = 0,5m_1$, $m_2 = 0,8m_1$, $m_1 = 10 \text{ кг}$, $r_4 = r_5$, $R = 2r_4$, $R_5 = 2r_5$, $r_4 = 0,2 \text{ м}$, $c = 1000 \text{ Н/м}$, $\alpha = 30^\circ$, $s_1 = R/2$.

39



УСЛОВИЕ

Вариант 40.

В механизме шестерня 2 массой m_2 и радиусом r_2 находится в зацеплении с неподвижной шестерней 1 и шестерней 3 массой m_3 и радиусом r_3 . Механизм приводится в движение парой сил с моментом L , приложенной к водилу 4 массой m_4 , вращающему вокруг оси $O(z)$. Шестерни 2 и 3 считать однородными дисками, водило 4 – однородным стержнем. Водило скреплено с неподвижным основанием спиральной пружиной с моментом упругих сил, равным $L_{Oz} = -c\varphi$, где c , φ – жесткость и угловая деформация пружины. На шестерню 2 действует момент сил сопротивления, равный $L_{O_2z} = -\alpha\omega_{2z}$. В начальный момент механизм, расположенный в горизонтальной плоскости, покоился. Определить при $t = t_1$: 1) угловую скорость водила 4 и угловое ускорение шестерни 2; 2) силу в зацеплении K шестерен 2 и 3; 3) реакцию опоры O . Принять:

СХЕМА

