Лекция 7. «Механические волны».

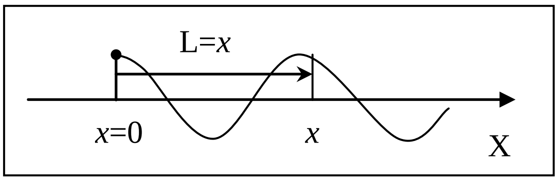
Виды механических волн. Упругие волны в стержнях. Волновое уравнение. Плоская гармоническая волна, длина волны, фазовая скорость. Сферические волны. Объемная плотность энергии волны. Вектор Умова – вектор плотности потока энергии. Когерентные волны. Интерференция волн. Стоячая волна.

Волна – это процесс распространения возмущений некоторой физической величины в пространстве с течением времени. Если возмущения описываются как механическое движение среды, то волна называется *механической*. Например, возмущения могут представлять собой отклонения точек среды от своих положений равновесия.

Если эти отклонения направлены перпендикулярно движению волны, то волна называется *поперечной*, если параллельны - то *продольной*. Примером поперечных волн являются волны на поверхности жидкости или колебания гитарной струны. В глубине жидкости или в газе могут распространяться только продольные волны. Примером является звуковая волна – малые колебания давления (плотности) в газе или жидкости.

Важное свойство волновых движений состоит в *локальной связи между возмущениями в близких точках среды*. То есть отклонение от положения одной точки вызывает отклонения соседних близких точек. Локальная связь между точками является причинно-следственной связью, поэтому процесс распространения возмущения в таких средах имеет конечную скорость.

Монохроматическая волна — это бесконечная волна, при которой состояние среды описывается с помощью гармонической функции постоянной частоты, является идеализацией волнового процесса



Рассмотрим поперечную монохроматическую волну, испускаемую некоторым источником, находящимся в начале оси X (x=0) и совершающим колебания по гармоническому закону. Пусть его закон колебаний имеет вид $\xi = A\cos(\omega \cdot t + \alpha)$. Так как скорость движения волны конечная, то обозначим её через v. Колебание, испущенное источником в момент времени t придет (без изменений) в точку, отстоящую от источника на расстоянии L, лишь спустя промежуток времени $\Delta t = \frac{L}{v}$:

$$\xi = A\cos(\omega(t - \Delta t) + \alpha) = A\cos(\omega t - \omega\frac{L}{v} + \alpha).$$

Поэтому колебания в координате x>0 будут иметь вид $\xi = A\cos(\omega t - kx + \alpha)$ - волна, бегущая в положительном направлении оси X, а если $x < 0$, то $\xi = A\cos(\omega t + kx + \alpha)$ - волна, бегущая в отрицательном направлении оси X. Здесь величина $k = \frac{\omega}{v}$ называется *волновым числом*.

Так как ω - циклическая частота по времени, то временной период $T = \frac{2\pi}{\omega}$.

k – циклическая частота колебаний по координате X, поэтому пространственный период $\lambda = \frac{2\pi}{k}$ называется *длиной волны*. Из соотношения $k = \frac{\omega}{v}$ получаем $\frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{vT}$, откуда получаем $\lambda = vT$ - то есть длина волны – это расстояние, проходимое волной за время, равное периоду колебаний.

Для функции $\xi = A\cos(\omega t - kx + \alpha)$ выполняются соотношения $\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = -\omega^2 A\cos(\omega t - kx + \alpha)$, $\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} = -k^2 A\cos(\omega t - kx + \alpha)$, $\frac{1}{\omega^2}\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = \frac{1}{k^2}\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2}$ откуда

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = v^2 \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2}.$$

Это уравнение называется *волновым уравнением* для одномерного случая - вдоль координаты X.

Рассмотрим свойства решений этого уравнения.

1. Геометрическое место точек среды, где наблюдаются колебания, называют *волновым полем*.

Волновое уравнение – линейное, в том смысле, что сумма двух решений тоже является решением. Это так называемый принцип суперпозиции – *при наложении волновых полей получается волновое поле, являющееся их суммой*.

В общем случае решением одномерного волнового уравнения является сумма двух произвольных дважды непрерывно-дифференцируемых функций

$$\xi = f_1(x - vt) + f_2(x + vt),$$

одна из которых - $f_1(x - vt)$ - описывает волновое поле, распространяющееся в положительном направлении оси X – его называют *убегающей* волной, а вторая, $f_2(x + vt)$ - в отрицательном направлениях оси X – её называют *набегающей* волной.

Действительно, подставим в волновое уравнение выражение

$$\xi = f_1(x - vt) + f_2(x + vt).$$

Тогда $\frac{\partial \xi}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t}\big(f_1(x - vt) + f_2(x + vt)\big) = -v \cdot f_1'(x - vt) + v \cdot f_2'(x + vt)$,

$\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = v^2 f_1''(x - vt) + v^2 f_2''(x + vt)$,

$\frac{\partial \xi}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x}\big(f_1(x - vt) + f_2(x + vt)\big) = f_1'(x - vt) + f_2'(x + vt)$,

$\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} = f_1''(x - vt) + f_2''(x + vt)$.

Штрихи означают производные от функций по аргументу.

При подстановке этих соотношений в волновое уравнение $\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = v^2 \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2}$:

$$v^2 f_1''(x - vt) + v^2 f_2''(x + vt) = v^2\big(f_1''(x - vt) + v^2 f_2''(x + vt)\big)$$

получаем тождество.

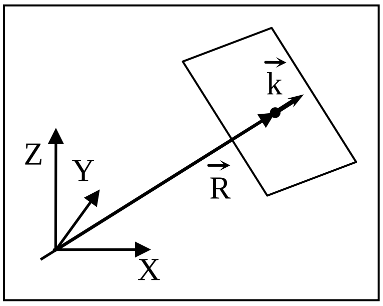
2. Геометрическое место точек в пространстве, для которых фаза волны <u>одинакова</u> называют *волновой* или *фазовой поверхностью*. В одномерном случае волновая поверхность – это плоскость, которая движется вдоль оси с течением времени $\omega t + kx = const$ или $\omega t - kx = const$. Поэтому волна называется *плоской*. Если волновая поверхность – сфера, то волна называется *сферической*.

Скорость движения плоской фазовой поверхности можно найти дифференцированием по времени уравнений $\omega t + kx = const$ или $\omega t - kx = const$:
$\omega t + k\dot{x} = 0$или $\omega t - k\dot{x} = 0$. Видно, что скорость вдоль оси $v = \pm\frac{\omega}{k}$ по величине совпадает со скоростью волны, определяемой из волнового уравнения. Таким об-

разом, в волновом уравнении $\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = v^2 \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2}$ присутствует квадрат скорости, которая называется *фазовой скоростью волны*.

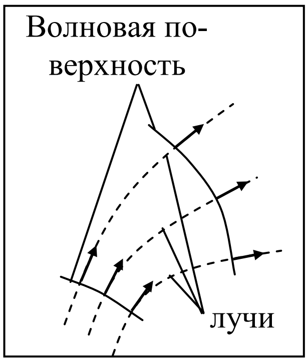
Замечание. В общем случае, фазовая скорость может зависеть от параметров волны (амплитуды, частоты). Для случая, когда скорость зависит от частоты волны, имеется особое название – *дисперсия* волн.

Уравнение плоской волны, распространяющейся в произвольном направлении.



Пусть плоская волна движется в направлении прямой линии, которая проходит через начало координат. Тогда радиус-вектор любой точки, лежащей на этой прямой, тоже лежит на этой прямой и длина этого вектора равна расстоянию R точки от начала координат. Поэтому уравнение волны, которая бежит вдоль этой прямой можно записать в виде $\xi = A\cos(\omega t - kR + \alpha)$. Фазовая поверхность волны перпендикулярна этой прямой. Введем *волновой вектор* $\vec{k}$, направленный перпендикулярно фазовой (волновой) поверхности волны в сторону её движения. Длина вектора $|\vec{k}| = \frac{2\pi}{\lambda}$ равна волновому числу. Так как волновой вектор параллелен прямой, то можно записать $kR = (\vec{k}, \vec{R})$ и $\xi = A\sin(\omega t - (\vec{k}, \vec{R}) + \alpha)$.

Но для *любой плоской волны* всегда есть прямая линия, перпендикулярная волновой поверхности и проходящая через начало координат, поэтому такая форма записи закона движения плоской волны является *общей*.



В чем удобство введения волнового вектора? С его помощью можно определять положения любой волновой поверхности. При этом движение волновой поверхности можно описать с помощью лучей. *Луч* – это линия в пространстве, касательная к которой в каждой точке направлена как волновой вектор.

Волновое уравнение для движения волны в 3х мерном пространстве в общем случае имеет вид:

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial z^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2}.$$

Если ввести условное обозначение $\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial z^2} = \Delta\xi$, то это уравнение можно записать в виде

$$\Delta\xi = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2},$$

где $\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} = \Delta$ так называемый *оператор Лапласа* (Пьер-Симóн Лаплáс – французский ученый).

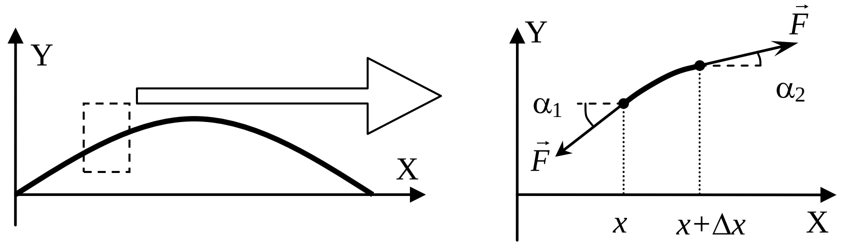
Сферическая волна описывается функцией

$$\xi = \frac{A_0}{R}\cdot\cos\left(\omega t + (\vec{k}, \vec{R}) + \alpha\right) + \frac{A_0}{R}\cdot\cos\left(\omega t - (\vec{k}, \vec{R}) + \beta\right).$$

Амплитуда сферической волны обратно пропорциональна расстоянию от центра волны.

Примеры по выводу волновых уравнений.

Рассмотрим малые поперечные колебания тонкой однородной струны дли-



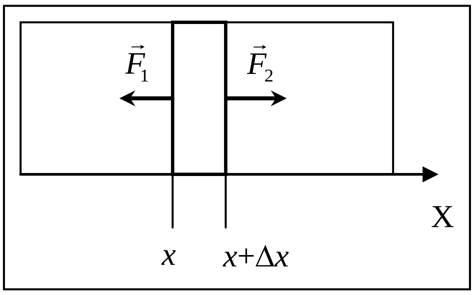
ны L и массы m, закрепленной с обоих концов. Пусть сила натяжения струны F постоянная по величине. Форма струны задается уравнением $y(x)$. Выделим малый кусок струны, длина которого вдоль оси X равна Δx, а масса Δm. Так как колебания поперечные, то запишем второй закон Ньютона для куска Δm вдоль оси Y: $\Delta m a_y = F \cdot \sin\alpha_2 - F \cdot \sin\alpha_1$

При малых углах (в радианах) справедливо $\alpha \approx \sin\alpha \approx \operatorname{tg}\alpha$. Но

$\operatorname{tg}\alpha_1 = \frac{\partial y}{\partial x}\,|_x$, $\operatorname{tg}\alpha_2 = \frac{\partial y}{\partial x}\,|_{x+\Delta x} \approx \frac{\partial y}{\partial x}|_x + \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}|_x \cdot \Delta x$ (разложение в ряд Тейлора).

Поэтому $\Delta m a_y = F \cdot \left(\frac{\partial y}{\partial x}|_x + \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}|_x \cdot \Delta x\right) - F \cdot \frac{\partial y}{\partial x}|_x = F \cdot \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}|_x \cdot \Delta x$.

Т.к. и $\Delta m = \frac{m}{L}\Delta x$, то $\frac{m}{L}\Delta x \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = F \cdot \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}|_x \cdot \Delta x$. Окончательно получаем уравнение $\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = \frac{LF}{m} \cdot \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$. Поэтому скорость волны в струне $v = \sqrt{\frac{LF}{m}}$.



Если возвращающая сила пропорциональна смещению точки от положения равновесия, то волна называется *упругой*. Выведем волновое уравнение на примере продольных волн деформации в стержне.

Выделим часть стержня длиной Δx. Если площадь поперечного сечения стержня равна S, плотность материала ρ, то масса этой части $\Delta m = \rho S \Delta x$. При деформациях на эту часть стержня действую силы упругости. Запишем второй закон Ньютона – уравнение движения этой части стержня вдоль оси X:

$$\Delta m a_x = F_2 - F_1.$$

Это уравнение записано в предположении растяжения этой части стержня. Силы с обеих сторон выделенной части вызывают деформацию этой части стержня. При равновесии и отсутствии деформации положение точек в двух близко расположенных сечениях стержня можно задать координатами x и $x+\Delta x$. При деформировании стержня его точки сместятся от равновесных положений. Пусть $x_1(x)$ – задает положение точки стержня при деформации, если её равновесное положение задавалось координатой x. Тогда для близкого сечения новыми координатами будет $x_1+\Delta x_1$. Изменение линейного размера части стержня вызвано смещением точек стержня. Введем величину смещения $\xi = x_1 - x$. По определению, относительная деформация в данном сечении стержня – это отношение изменения длины части стержня к начальной длине этой части:$\varepsilon = \frac{\Delta x_1 - \Delta x}{\Delta x}$. Если стержень сжимается, то его продольные размеры уменьшаются $\Delta x_1 < \Delta x$ и поэтому ε < 0. Таким образом, при сжатии ε < 0 и при растяжении ε > 0.

Если все точки стержня смещаются на одинаковую величину, то изменения длины участка стержня не происходит. Поэтому деформация равна разности смещений соседних точек $\Delta x_1 - \Delta x = \Delta\xi$. Тогда можно записать $\varepsilon = \frac{\Delta x_1 - \Delta x}{\Delta x} = \frac{\Delta\xi}{\Delta x}$. В пределе (при $\Delta x \to 0$) получаем $\varepsilon = \frac{\partial\xi}{\partial x}$. С учётом напряжений в сечениях ня $F_1 = \sigma_x S,\ F_2 = \sigma_{x+\Delta x} S$. Напряжения в сечениях стержня найдем по закону Гука: $\sigma_x = E\varepsilon_x$, $\sigma_{x+\Delta x} = E\varepsilon_{x+\Delta x}$, где E – модуль упругости материала (модуль Юнга).

Относительная деформация меняется вдоль стержня, поэтому можно считать, что $\varepsilon_{x+\Delta x} = \varepsilon_x + \frac{\partial\varepsilon}{\partial x}\Delta x + \cdots$ (разложение в ряд Тейлора).

Ускорение точек выделенной части стержня $a_x = \frac{\partial^2\xi}{\partial t^2}$. Последовательно подставим эти соотношения в уравнения движения: $\Delta m a_x = F_2 - F_1$, т.е.$\rho S\Delta x\frac{\partial^2\xi}{\partial t^2} = \sigma_{x+\Delta x}S - \sigma_x S$,

$\rho\Delta x\frac{\partial^2\xi}{\partial t^2} = E\varepsilon_2 - E\varepsilon_1$, $\rho\Delta x\frac{\partial^2\xi}{\partial t^2} = E\left(\varepsilon_1 + \frac{\partial\varepsilon}{\partial x}\Delta x\right) - E\varepsilon_1$, $\rho\Delta x\frac{\partial^2\xi}{\partial t^2} = E\frac{\partial\varepsilon}{\partial x}\Delta x$.

С учетом равенства $\varepsilon = \frac{\partial\xi}{\partial x}$, после сокращений, получаем дифференциальное уравнение, описывающее распространение волны (вдоль одного направления – оси X):

$$\frac{\partial^2\xi}{\partial t^2} = \frac{E}{\rho}\cdot\frac{\partial^2\xi}{\partial x^2} \text{ или } \frac{\partial^2\xi}{\partial t^2} = v^2\frac{\partial^2\xi}{\partial x^2}.$$

Здесь, ξ - параметр, описывающий колебания (величина смещения точек при деформации), $v = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$ – скорость волны.

Энергия, переносимая волной

Рассмотрим выделенный участок стержня длиной Δx. При колебаниях скорость этого участка $\frac{\partial\xi}{\partial t}$ и величина деформации $\frac{\partial\xi}{\partial x}$. Соответственно, кинетическая и потенциальные энергии выделенного участка равны $W_K = \frac{1}{2}\rho S\Delta x\left(\frac{\partial\xi}{\partial t}\right)^2$ и $W_\Pi = \frac{1}{2}E\left(\frac{\partial\xi}{\partial x}\right)^2 S\Delta x$. Объем участка $V = S\Delta x$. Объемная плотность механической энергии $w = \frac{W_K + W_\Pi}{V} = \frac{1}{2}\rho\left(\frac{\partial\xi}{\partial t}\right)^2 + \frac{1}{2}E\left(\frac{\partial\xi}{\partial x}\right)^2$.

Если уравнение движения волны записать в виде $\xi = A\cos(\omega t - kx + \alpha)$, то с учетом соотношений для скорости $\frac{\partial\xi}{\partial t} = -\omega A\sin(\omega t - kx + \alpha)$ и деформации $\frac{\partial\xi}{\partial x} = kA\sin(\omega t - kx + \alpha)$ получается

$w = \rho\cdot\omega^2A^2\sin^2(\omega t - kx + \alpha) + \frac{1}{2}E\cdot k^2A^2\sin^2(\omega t - kx + \alpha)$или

$$w = (\rho\cdot\omega^2 + E\cdot k^2)\frac{1}{2}A^2\sin^2(\omega t - kx + \alpha).$$

Используем выражение для скорости волны $v^2 = \frac{E}{\rho} = \frac{\omega^2}{k^2}$:

$$w = \rho \cdot \omega^2 \left(1 + \frac{E}{\rho}\frac{k^2}{\omega^2}\right)\frac{1}{2}A^2 \sin^2(\omega t - kx + \alpha) = \rho \cdot \omega^2 2\frac{1}{2}A^2 \sin^2(\omega t - kx + \alpha)$$

$$w = \frac{\rho \cdot \omega^2 A^2}{2}(1 - \cos(2[\omega t - kx + \alpha])).$$

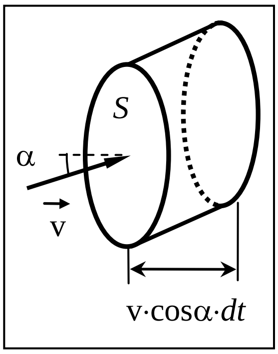
Среднее значение объёмной плотности энергии, переносимой волной

$$\langle w \rangle = \lim_{t\to\infty}\left[\frac{1}{t}\int_0^t \frac{\rho \cdot \omega^2 A^2}{2}(1 - \cos(2[\omega t - kx + \alpha]))dt\right] = \frac{\rho \cdot \omega^2 A^2}{2}$$

Следствия

1) Величины скорости точек $\frac{\partial \xi}{\partial t} = -\omega A \sin(\omega t - kx + \alpha)$ и деформации среды $\frac{\partial \xi}{\partial x} = kA \sin(\omega t - kx + \alpha)$ колеблются *синфазно* друг другу.
2) Закон изменения объёмной плотности энергии описывается волновым уравнением и представляет волну объёмной плотности энергии. Скорость этой волны $v_{\text{эн}} = \frac{2\omega}{2k} = v$ в данном случае совпадает с фазовой скоростью волны. (В общем случае это не так.)

Вектор Умова



Пусть энергия переносится со скоростью $\vec{v}$ в направлении под углом α к нормали некоторой малой площадки S. Тогда вся энергия, прошедшая через эту площадку за малое время dt окажется в области, объем которой $dV = S \cdot V \cdot \cos\alpha \cdot dt$ (на рисунке эта область является косым цилиндром). Если объемная плотность энергии равна w, то энергия этого объема

$$W = w \cdot dV = w \cdot S \cdot V \cdot \cos\alpha \cdot dt$$

Мощность переноса энергии через площадку S:

$$\frac{dW}{dt} = w \cdot S \cdot V \cdot \cos\alpha.$$

Введем вектор плотности потока энергии (Вектор Умова)

$$\vec{j} = w \cdot \vec{v},$$

тогда $\frac{dW}{dt} = j \cdot S \cdot \cos\alpha$. Если ввести вектор $\vec{S} = \vec{n} \cdot S$, направленный по нормали к площадке, и скалярное произведение $j \cdot S \cdot \cos\alpha = (\vec{j}, \vec{S})$ определить как поток вектора Умова через площадку S, то *мощность переноса энергии через площадку определяется потоком вектора Умова через эту площадку* $\frac{dW}{dt} = (\vec{j}, \vec{S})$.

Интенсивность волны – это средняя по времени мощность энергии переносимая волной через площадку в направлении перпендикулярном к этой площадке.

Для плоской волны интенсивность $I = \frac{\rho \cdot \omega^2 A^2}{2} Sv$ не меняется при распространении волны.

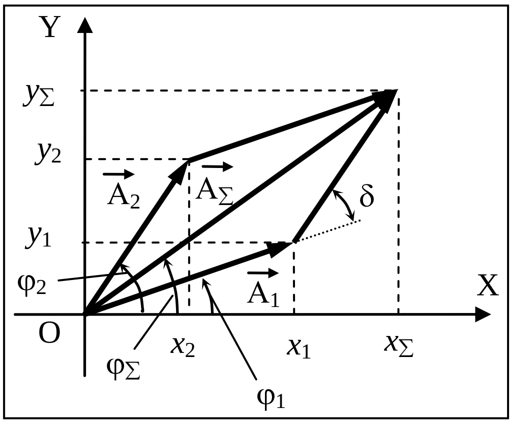
Для сферической волны интенсивность через любую сферу радиуса R с центром в источнике

$$I = \frac{\rho \cdot \omega^2 A^2}{2} Sv = \frac{\rho \cdot \omega^2}{2}\frac{A_0^2}{R^2} 4\pi R^2 v = 2\pi\rho v \cdot \omega^2 A_0^2$$

тоже является постоянной величиной.

Если интенсивность волны при её распространении в некоторой среде уменьшается, то среда называется *диссипативной*. Если интенсивность волны увеличивается, то среда называется *активной*.

Интерференция волн



Интерференция волн – взаимное усиление или ослабление волн при их наложении друг на друга (суперпозиции волн при одновременном распространении в пространстве), что приводит к перераспределению энергии колебаний, устойчивому во времени. Интерференция волн наблюдается согласно принципу суперпозиции волн.

Рассмотрим суперпозицию двух волн одного направления $\xi_1 = A_1\cos(\omega_1 t - k_1 x_1 + \alpha_1)$ и $\xi_2 = A_2\cos(\omega_2 t - k_2 x_2 + \alpha_2)$.

Воспользуемся амплитудно-векторной диаграммой.

По теореме косинусов

$$A_\Sigma^2 = A_1^2 + A_2^2 - 2A_1A_2\cos(\pi - \delta)$$

Учтем, что $\cos(\pi - \delta) = -\cos\delta$,

$$\delta = \varphi_2 - \varphi_1 = (\omega_2 - \omega_1)t - (k_2x_2 - k_1x_1) + \alpha_2 - \alpha_1, \text{ тогда}$$

$$A_\Sigma^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos((\omega_2 - \omega_1)\,t - (k_2x_2 - k_1x_1) + \alpha_2 - \alpha_1)$$

.

Если результирующая амплитуда не зависит от времени, то разность фаз волн должна быть постоянной во времени. Такие волны называются *когерентными*. В частности, получаем, что частоты когерентных волн совпадают $\omega_2 = \omega_1$.

Вообще говоря, волны могут двигаться к точке встречи в разных средах, поэтому их скорости могут быть там различными, а также расстояния до точки тоже могут быть разными, поэтому следует написать

$$A_\Sigma^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 cos((k_2x_2 - k_1x_1) - (\alpha_2 - \alpha_1))$$

Поэтому в точке наблюдения может быть

либо усиление колебаний при $cos\big((k_2x_2 - k_1x_1) - (\alpha_2 - \alpha_1)\big) = 1$,

либо ослабление колебаний при $cos\big((k_2x_2 - k_1x_1) - (\alpha_2 - \alpha_1)\big) = -1$.

Стоячая волна.

Стоячая волна образуется при наложении двух волн одинаковой частоты, бегущих в противоположных направлениях:

$$\xi = A\cos(\omega t + kx + \alpha_1) + A\cos(\omega t - kx + \alpha_2).$$

Пусть, например, $\alpha_1 = 0$ и $\alpha_2 = 0$, тогда $\xi = 2A\cos(kx)\cos(\omega t + \Theta)$. Величину $A_0 = 2A|\cos(kx)|$ можно назвать амплитудой стоячей волны. Так как амплитуда не может быть отрицательной, то необходимо брать модуль $|\cos(kx)|$. Тогда в тех точках, где $\cos(kx) > 0$ значение $\theta=0$, а в тех точках, где $\cos(kx) < 0$ надо, для учета знака минус, принять $\theta=\pi$. Точки, где амплитуда стоячей волны максимальная, называются *пучностями*. Эти точки можно найти из условия $|\cos(kx)| = 1$, откуда $kx = \pm\pi \cdot n$ (n – целое число). Следовательно, координаты пучностей $x_n^{\text{пуч}} = \pm\frac{\pi \cdot n}{k} = \pm\frac{\pi \cdot n}{2\pi}\lambda = \pm n\frac{\lambda}{2}$. Соседние пучности находятся друг от друга на расстоянии $\frac{\lambda}{2}$ - половины длины волны. Точки, где амплитуда стоячей волны равна нулю, называются *узлами*. Эти точки можно найти из условия $|\cos(kx)| = 0$, откуда $kx = \frac{\pi}{2} \pm\ \pi \cdot n$ (n – целое число). Следовательно, координаты узлов $x_n^{\text{уз}} = \frac{\left(\frac{\pi}{2} \pm \pi \cdot n\right)}{k} = \frac{\left(\frac{\pi}{2} \pm \pi \cdot n\right)}{2\pi}\lambda = \left(\frac{1}{2} \pm n\right)\frac{\lambda}{2}$.

Соседние узлы находятся друг от друга на расстоянии $\frac{\lambda}{2}$ - половины длины волны.

Следовательно, расстояние между ближайшими соседними узлами и пучностями равно $\frac{\lambda}{4}$.

Найдем объемную плотность энергии стоячей волны

$$w = w_K + w_\Pi = \frac{1}{2}\rho\left(\frac{\partial\xi}{\partial t}\right)^2 + \frac{1}{2}E\left(\frac{\partial\xi}{\partial x}\right)^2$$

$$w = \frac{1}{2}\rho(-\omega 2A\cos(kx)\sin(\omega t + \theta))^2 + \frac{1}{2}E(-k2A\sin(kx)\cos(\omega t + \theta))^2,$$

$$w = 2A^2\rho\omega^2(\cos^2(kx)\sin^2(\omega t + \theta) + \sin^2(kx)\cos^2(\omega t + \theta)),$$

$$w = 2A^2\rho\omega^2\left(\frac{1+\cos(2kx)}{2}\frac{1-\cos(2[\omega t+\theta])}{2} + \frac{1-\cos(2kx)}{2}\frac{1+\cos(2[\omega t+\theta])}{2}\right),$$

$$w = A^2\rho\omega^2(1 - \cos(2kx)\cos(2[\omega t + \theta])).$$

Видно, что плотность энергии тоже является стоячей волной. Т.е. энергия стоячей волной *не переносится*.