

ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ "ПРИЛОЖЕНИЯ ОПРЕДЕЛЕННОГО ИНТЕГРАЛА"
1к, 2 сем., для факультетов ИУ, РЛ, БМТ

Вариант 1.

Задача 1. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями: $y = \arctg x$, $y = \arctg(2x - 4)$, $y = 0$. **(1 балл)**

Задача 2. Найти объём тела, образованного вращением вокруг оси OX фигуры, ограниченной кривой $\begin{cases} x = 2 \cos t \\ y = \sin t \end{cases}$ для $x \geq 1$. **(2 балла)**

Задача 3. Найти длину дуги кривой $\rho = 4(1 - \cos \varphi)$ от точки $A(0; 0)$ до точки пересечения с прямой $\varphi = \frac{3}{2}\pi$. **(2 балла)**

Задача 4. Исследовать на сходимость: $\int_1^{+\infty} \frac{\ln \cos \frac{1}{x}}{x^2} dx$. **(1 балл)**

Задача 5. Исследовать на сходимость: $\int_0^1 \frac{\sqrt{x} dx}{\sqrt{1-x^4}}$. **(1 балл)**

Баллы к рейтингу: min -4, max -7.

Вариант 2.

Задача 1. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линией $\rho = a \sin^3 \frac{\varphi}{3}$, лежащую ниже полярной оси. **(1 балл)**

Задача 2. Вычислить объём тела, образованного вращением вокруг оси OY фигуры, ограниченной осью OX и одной аркой циклоиды $\begin{cases} x = 7(t - \sin t) \\ y = 7(1 - \cos t) \end{cases}$. **(2 балла)**

Задача 3. Вычислить площадь поверхности, образованной вращением вокруг оси OX кривой $y = \frac{x^3}{3}$ для $-2 \leq x \leq 2$. **(2 балла)**

Задача 4. Исследовать на сходимость: $\int_1^{+\infty} \frac{\sin^2 x}{x} dx$. **(1 балл)**

Задача 5. Исследовать на сходимость: $\int_0^1 \frac{x^2 dx}{\sqrt[3]{(1-x^2)^5}}$. **(1 балл)**

Баллы к рейтингу: min -4, max -7.

Вариант 3.

Задача 1. Найти площадь фигуры, ограниченной кривой $y = \ln x$, касательной к ней в точке $x = e$ и осью OX . **(1 балл)**

Задача 2. Фигура, ограниченная кривой $y = \sqrt{x}e^{-x^2}$ и её асимптотой, вращается вокруг последней. Найти объём тела вращения. **(2 балла)**

Задача 3. Найти длину дуги всей кривой $\begin{cases} x = 5 \cos^3 \frac{t}{4} \\ y = 5 \sin^3 \frac{t}{4} \end{cases}$. **(2 балла)**

Задача 4. Исследовать на сходимость: $\int_0^{+\infty} \sqrt{x}e^{-x} dx$. **(1 балл)**

Задача 5. Исследовать на сходимость: $\int_0^1 \frac{dx}{e^{\sqrt{x}} - 1}$. **(1 балл)**

Баллы к рейтингу: min -4, max -7.

Вариант 4.

Задача 1. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями: $(x - 2)(y + 3) = 6$ и $x + y = 6$.
(1 балл)

Задача 2. Определить объем тела, образованного вращением вокруг оси OY фигуры, ограниченной линиями: $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$, $y = b$, $y = -b$. (2 балл)

Задача 3. Вычислить площадь поверхности, образованной вращением лемнискаты $\rho^2 = a^2 \sin 2\varphi$ вокруг полярной оси. (2 балл)

Задача 4. Исследовать на сходимость: $\int_2^{+\infty} \frac{dx}{x^2 + \sqrt[3]{x^4 + 1}}$. (1 балл)

Задача 5. Исследовать на сходимость: $\int_0^1 \frac{\sqrt{x}}{e^{\sin x} - 1} dx$. (1 балл)

Баллы к рейтингу: min -4, max -7.

Вариант 5.

Задача 1. Прямая $x = -2$ делит площадь, заключенную между кривой $y = xe^{-x^2/2}$ и ее асимптотой, на две части. Найти ту площадь, для которой $x \geq -2$. (1 балл)

Задача 2. Найти объем тела, образованного вращением вокруг оси OY фигуры, ограниченной линиями: $x = 2$, $y = \arcsin \frac{x}{2}$ и касательной к этой кривой в начале координат. (2 балл)

Задача 3. Окружность $\rho = 2a \sin \varphi$ вращается вокруг полярной оси. Найти площадь поверхности, которая при этом получается. (2 балл)

Задача 4. Исследовать на сходимость: $\int_0^{+\infty} \frac{x \operatorname{arctg} x}{\sqrt[3]{1 + x^4}} dx$. (1 балл)

Задача 5. Исследовать на сходимость: $\int_0^1 \frac{dx}{e^x - \cos x}$. (1 балл)

Баллы к рейтингу: min -4, max -7.

Вариант 6.

Задача 1. Вычислить площадь фигуры, расположенной внутри каждой из кривых: $\rho = 1$, $\rho = 2(1 - \cos \varphi)$. (1 балл)

Задача 2. Фигура, ограниченная линиями: $y = \frac{x + 6}{x + 3}$, $y = 2 - x$, вращается вокруг оси OX . Найти объем тела вращения. (2 балл)

Задача 3. Вычислить площадь поверхности, образованной вращением астроида $\begin{cases} x = a \cos^3 t \\ y = a \sin^3 t \end{cases}$ вокруг оси OY . (2 балл)

Задача 4. Исследовать на сходимость: $\int_1^{+\infty} \frac{1 + \operatorname{arctg} \frac{1}{x}}{x + 2} dx$. (1 балл)

Задача 5. Исследовать на сходимость: $\int_0^{\frac{1}{\pi/2}} \frac{\ln(1 + \sin x)}{\sqrt{x^3}} dx$. (1 балл)

Баллы к рейтингу: min -4, max -7.

Вариант 7.

Задача 1. Вычислить площадь фигуры, расположенной внутри окружности $\rho = \sin \varphi$ и вне окружности $\rho = \cos \varphi$. (1 балл)

Задача 2. Найти объем тела, образованного вращением вокруг оси OY фигуры, ограниченной линиями: $y = e^x + 1$, $y = e^{2x} - 1$, $x = 0$. (2 балл)

Задача 3. Найти длину дуги кривой $x = \frac{t^6}{6}$, $y = 2 - \frac{t^4}{4}$ между точками ее пересечения с осями координат. (2 балл)

Задача 4. Исследовать на сходимость: $\int_1^{+\infty} \frac{2 + \arcsin \frac{1}{x}}{1 + \sqrt{x}} dx$. (1 балл)

Задача 5. Исследовать на сходимость: $\int_0^{\pi} \frac{dx}{\sin^8 x}$. (1 балл)

Баллы к рейтингу: min -4, max -7.

Вариант 8.

Задача 1. Найти большую из площадей, ограниченных циклоидой $\begin{cases} x = 2(t - \sin t) \\ y = 2(1 - \cos t) \end{cases}$, осью OX и параболой $y^2 = -\frac{16}{\pi}(x - 3\pi)$. (1 балл)

Задача 2. Найти объем тела, образованного вращением вокруг оси OY фигуры, ограниченной кривой $y = 3x^2 - 12x$ и прямой $y = -6$. (2 балл)

Задача 3. Вычислить площадь, образованную вращением параболы $y^2 = \frac{R^2}{H}x$ вокруг оси OX , отсекаемой прямой $x = H$. (2 балл)

Задача 4. Исследовать на сходимость: $\int_1^{+\infty} \frac{\operatorname{arctg} \frac{1}{x}}{x + \sqrt{x^2 + 5}} dx$. (1 балл)

Задача 5. Исследовать на сходимость: $\int_0^{\pi} \frac{dx}{\sin^5 x}$. (1 балл)

Баллы к рейтингу: min -4, max -7.

Вариант 9.

Задача 1. Найти площадь фигуры, ограниченную кривой $\begin{cases} x = a \cos^3 t \\ y = b \sin^3 t \end{cases}$. (1 балл)

Задача 2. Фигура, ограниченная линиями: $x = 0$, $y = e^x$, $y = 1 + 2e^{-x}$, вращается вокруг оси OX . Вычислить объем тела вращения. (2 балл)

Задача 3. Найти длину спирали $\rho = e^{a\varphi}$, находящейся внутри круга $\rho = 1$. (2 балла)

Задача 4. Исследовать на сходимость: $\int_1^{+\infty} \frac{\cos 2x}{\sqrt{x^5 + 5x + 2}} dx$. (1 балл)

Задача 5. Исследовать на сходимость: $\int_1^3 \frac{x^5 + 3x + 1}{\sqrt[5]{(x^3 - 1)^2}} dx$. (1 балл)

Баллы к рейтингу: min -4, max -7.

Вариант 10.

Задача 1. Найти площадь фигуры, расположенной внутри кривой $\rho^2 = 4 \cos 2\varphi$ и вне кривой $\rho^2 = \cos 2\varphi$. (1 балл)

Задача 2. Найти объем тела, образованного вращением вокруг оси OY фигуры, ограниченной кривой $\begin{cases} x = 2 \cos t \\ y = \sin t \end{cases}$ для $x \geq 1$. (2 балла)

Задача 3. Найти длину всей кривой $\rho = 9(1 + \cos \varphi)$. (2 балла)

Задача 4. Исследовать на сходимость: $\int_1^{+\infty} \frac{\sin 3x}{\sqrt[3]{x^5 + 2x + 4}} dx$. (1 балл)

Задача 5. Исследовать на сходимость: $\int_0^{\pi/2} \frac{1 - \cos x}{x^3} dx$. (1 балл)

Баллы к рейтингу: min -4, max -7.

Вариант 11.

Задача 1. Найти меньшую из площадей, ограниченных линиями: $\rho = 1 + \cos \varphi$, $x + 2y = 2$. (1 балл)

Задача 2. Фигура, ограниченная линиями: $y = \frac{1}{2}(x - 2)^2$, $y = \frac{1}{4}(x - 2)^2 + 1$, вращается вокруг оси OY . Вычислить объем тела вращения. (2 балла)

Задача 3. Дана астроида $\begin{cases} x = a \cos^3 t \\ y = a \sin^3 t \end{cases}$ и точки на ней $A(a, 0)$, $B(0, a)$. Найти на дуге AB такую т. M , чтобы длина дуги AM составляла четверть длины дуги AB . (2 балла)

Задача 5. Исследовать на сходимость: $\int_1^{+\infty} \frac{x - \operatorname{arctg} x}{x^3(x + \operatorname{arctg} x)} dx$. (1 балл)

Задача 6. Исследовать на сходимость: $\int_0^1 \frac{\operatorname{ch} x - 1}{\sqrt[5]{1 + x^4 - 1}} dx$. (1 балл)

Баллы к рейтингу: min -4, max -7.

Вариант 12.

Задача 1. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями: $\begin{cases} x = a \cos^3 t \\ y = a \sin^3 t \end{cases}$, $x^2 = -a(y - a)$. (1 балл)

Задача 2. Найти объем тела, образованного вращением вокруг оси OY фигуры, ограниченной линиями: $y = e^x$, $y = 1 + 2e^{-x}$, $x = 0$. (2 балла)

Задача 3. Вычислить площадь поверхности, образованной вращением кардиоиды $\rho = a(1 - \cos \varphi)$ вокруг полярной оси. (2 балла)

Задача 4. Исследовать на сходимость: $\int_1^{+\infty} \frac{x + \sin x}{x^3(x - \sin x)} dx$. (1 балл)

Задача 5. Исследовать на сходимость: $\int_e^{e^2} \frac{x \ln x}{(x - e)^2} dx$. (1 балл)

Баллы к рейтингу: min -4, max -7.

Вариант 13.

Задача 1. Найти площадь фигуры, ограниченной кривыми: $\rho = \sqrt{6} \cos \varphi$, $\rho^2 = 9 \cos 2\varphi$, расположенной внутри каждой из них. (1 балл)

Задача 2. Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси OY фигуры, ограниченной параболой $y = 2x - x^2$ и осью OX . (2 балла)

Задача 3. Вычислить длину дуги полукубической параболы $5x^3 = y^2$, заключенной внутри окружности $x^2 + y^2 = 6$. (2 балла)

Задача 4. Исследовать на сходимость: $\int_2^{+\infty} \frac{e^{3/x} - 1}{\sqrt{x^2 + 4}} dx$. (1 балл)

Задача 5. Исследовать на сходимость: $\int_0^{\pi/4} \frac{\sin x}{x\sqrt{x}} dx$. (1 балл)

Баллы к рейтингу: min -4, max -7.

Вариант 14.

Задача 1. Найти площадь фигуры, ограниченной параболой $y = x^2 - 4x + 3$, касательной к ней в точке $x = 4$ и осью OY . (1 балл)

Задача 2. Фигура, ограниченная линиями: $y = \frac{x+1}{x-3}$, $x = 4$, $x = 6$, $y = 1$, вращается вокруг оси OY . Вычислить объем тела вращения. (2 балла)

Задача 3. Вычислить площадь поверхности, образованной вращением лемнискаты $\rho^2 = 9 \cos 2\varphi$ вокруг полярной оси. (2 балла)

Задача 4. Исследовать на сходимость: $\int_2^{+\infty} \frac{x dx}{\sqrt{x^4 + 1}}$. (1 балл)

Задача 5. Исследовать на сходимость: $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt[3]{x}(e^x - e^{-x})}$. (1 балл)

Баллы к рейтингу: min -4, max -7.

Вариант 15.

Задача 1. Найти площадь одного лепестка кривой $\rho = 4 \sin^2 \varphi$. (1 балл)

Задача 2. Фигура, ограниченная линиями: $y = x$ и $y = x + \sin^2 x$ ($0 \leq x \leq \pi$), вращается вокруг оси OY . Вычислить объем тела вращения. (2 балла)

Задача 3. Вычислить площадь поверхности, полученную вращением вокруг оси OX той части астроида $\begin{cases} x = 8 \cos^3 t \\ y = 8 \sin^3 t \end{cases}$, для которой $x \leq -1$. (2 балла)

Задача 4. Исследовать на сходимость: $\int_1^{+\infty} \frac{\ln x dx}{\sqrt[3]{x^3 + 1}}$. (1 балл)

Задача 5. Исследовать на сходимость: $\int_{0.1}^1 \frac{\sin(1/x)}{\sqrt{1-x}} dx$. (1 балл)

Баллы к рейтингу: min -4, max -7.

Вариант 16.

Задача 1. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями: $y = \frac{1}{1+x^2}$, $y = \frac{x^2}{2}$ и осью OX . (1 балл)

Задача 2. Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси OY фигуры, ограниченной линиями: $y = x^3$ и $y = \sqrt[3]{x}$. (2 балла)

Задача 3. Найти длину всей кривой $\rho = a(1 - \sin \varphi)$. (2 балла)

Задача 4. Исследовать на сходимость: $\int_1^{+\infty} \frac{x^{13}}{(x^5 + x^3 + 1)^3} dx$. (1 балл)

Задача 5. Исследовать на сходимость: $\int_0^3 \frac{xdx}{\sqrt[3]{1+x^2-1}}$. (1 балл)

Баллы к рейтингу: min -4, max -7.

Вариант 17.

Задача 1. Вычислить площадь фигуры, ограниченной лемнискатой $\rho^2 = 2 \cos 2\varphi$, окружностью $\rho = 1$, расположенной вне окружности. (1 балл)

Задача 2. Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси OY фигуры, ограниченной линиями: $y = \ln x$, $y = 2 - \ln x$ и осью OX . (2 балла)

Задача 3. Вычислить длину дуги линии $y = \frac{(3-x)\sqrt{x}}{3}$ между точками, ординаты которых равны нулю. (2 балла)

Задача 4. Исследовать на сходимость: $\int_1^{+\infty} \frac{\ln \cos(1/x)}{x} dx$. (1 балл)

Задача 5. Исследовать на сходимость: $\int_2^3 \frac{\sin 3xdx}{\sqrt[3]{x^5(x-2)}}$. (1 балл)

Баллы к рейтингу: min -4, max -7.

Вариант 18.

Задача 1. Вычислить площадь фигуры, ограниченной астроидой $\begin{cases} x = 2 \cos^3 t \\ y = \sin^3 t \end{cases}$ и прямой $x = \frac{1}{4}$, содержащей точку $A(2, 0)$. (1 балл)

Задача 2. Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси OX фигуры, ограниченной линиями: $y = 0$ и $y = 1 + \sin x$ (между двумя соседними точками касания этой линии с осью OX). (2 балла)

Задача 3. Вычислить площадь поверхности, образованной вращением меньшей части кривой $\rho = 2a \sin \varphi$, отсекаемой лучами $\varphi_1 = \frac{\pi}{4}$ и $\varphi_2 = \frac{3\pi}{4}$ вокруг полярной оси. (2 балла)

Задача 4. Исследовать на сходимость: $\int_1^{+\infty} \frac{(2x+1) \sin(1/2x)}{\sqrt[5]{x^6+3x-2}} dx$. (1 балл)

Задача 5. Исследовать на сходимость: $\int_1^2 \frac{dx}{\ln x}$. (1 балл)

Баллы к рейтингу: min -4, max -7.

Вариант 19.

Задача 1. Вычислить площадь фигуры, ограниченной окружностью $\rho = \sqrt{3} \sin \varphi$ и кардиоидой $\rho = 1 - \cos \varphi$, расположенной вне кардиоиды. (1 балл)

Задача 2. Найти объем тела, образованного вращением вокруг оси OY фигуры, ограниченной кривой $\begin{cases} x = 2 \cos t \\ y = \sin t \end{cases}$ для $y \geq \frac{1}{2}$. (2 балла)

Задача 3. Вычислить площадь поверхности, образованной вращением вокруг оси OX дуги кривой $y^2 = 4 + x$, отсеченной прямой $x = 2$. (2 балла)

Задача 4. Исследовать на сходимость: $\int_2^{+\infty} \frac{dx}{\sqrt[4]{x^4 + 3x + 1} \cdot \ln x}$. (1 балл)

Задача 5. Исследовать на сходимость: $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt[4]{1 - x^4}}$. (1 балл)

Баллы к рейтингу: min -4, max -7.

Вариант 20.

Задача 1. Найти площадь фигуры, ограниченной астроидой $\begin{cases} x = 8 \cos^3 t \\ y = 2 \sin^3 t \end{cases}$ для $y \geq \frac{1}{4}$. (1 балл)

Задача 2. Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси OY фигуры, ограниченной линиями: $x = 4$, $y = \ln x$ и касательной к этой кривой в точке пересечения ее с осью OX . (2 балла)

Задача 3. Вычислить длину дуги полукубической параболы $y^2 = \frac{2}{3}(x-1)^3$, заключенной внутри параболы $y^2 = \frac{x}{3}$. (2 балла)

Задача 4. Исследовать на сходимость: $\int_1^{+\infty} \ln \frac{x^2 + 3}{x^2 + 2} dx$. (1 балл)

Задача 5. Исследовать на сходимость: $\int_0^2 \frac{\sin^2 x}{(2-x)^2} dx$. (1 балл)

Баллы к рейтингу: min -4, max -7.

Вариант 21.

Задача 1. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями: $y = \ln(x+4)$, $y = \ln(-x)$, $y = \ln 6$. (1 балл)

Задача 2. Фигура, ограниченная линией: $y = \arcsin x$ и прямой $y = \frac{\pi}{2}x$, вращается вокруг оси OY . Вычислить объем тела вращения. (2 балла)

Задача 3. На циклоиде $\begin{cases} x = a(t - \sin t) \\ y = a(1 - \cos t) \end{cases}$ найти точку, которая делит первую арку циклоиды по длине в отношении 1 : 3. (2 балла)

Задача 4. Исследовать на сходимость: $\int_4^{+\infty} \frac{2 - 3 \sin x}{x^3 + x} dx$. (1 балл)

Задача 5. Исследовать на сходимость: $\int_0^2 \frac{\ln(\sqrt[4]{x} + 1)}{e^{\operatorname{tg} x} - 1} dx$. (1 балл)

Баллы к рейтингу: min -4, max -7.

Вариант 22.

Задача 1. Вычислить площадь фигуры, ограниченной кривой $\rho = 2a \cos 3\varphi$ и лежащую вне круга $\rho = a$. (1 балл)

Задача 2. Фигура, ограниченная линиями: $y = \frac{x+6}{x+3}$ и $y = 2-x$, вращается вокруг оси OY . Вычислить объем тела вращения. (2 балл)

Задача 3. Фигура, ограниченная параболой $y^2 = 2px$ и прямой $x = p/2$ вращается вокруг оси OX . Найти площадь поверхности вращения. (2 балл)

Задача 4. Исследовать на сходимость: $\int_1^{+\infty} \frac{\sin x}{\sqrt[3]{x^2-1} + 7x^3} dx$. (1 балл)

Задача 5. Исследовать на сходимость: $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x} + 4x^3}$. (1 балл)

Баллы к рейтингу: min -4, max -7.

Вариант 23.

Задача 1. Вычислить площадь фигуры, ограниченной окружностями $\rho = a(\cos \varphi + \sin \varphi)$ и $\rho = a \cos \varphi$, расположенной внутри каждой из них. (1 балл)

Задача 2. Фигура, ограниченная линиями $y = \arcsin x$, $y = \frac{\pi}{2}x$ вращается вокруг оси OX . Вычислить объем тела вращения. (2 балл)

Задача 3. Вычислить площадь поверхности, образованной вращением вокруг оси OY кривой $x = y^3/3$ для $-2 \leq y \leq 2$. (2 балл)

Задача 4. Исследовать на сходимость: $\int_1^{+\infty} \frac{\operatorname{arctg} x}{x} dx$. (1 балл)

Задача 5. Исследовать на сходимость: $\int_0^2 \frac{\ln(1 + \sqrt[5]{x^3})}{e^{\sin x} - 1} dx$. (1 балл)

Баллы к рейтингу: min -4, max -7.

Вариант 24.

Задача 1. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями: $\rho = 2(1 + \cos \varphi)$ и $\rho = 1$ и расположенной внутри каждой из них. (1 балл)

Задача 2. Фигура, ограниченная линиями: $y = \frac{16}{x^2 + 4x + 8}$ и $y = 2$, вращается вокруг оси OY . Вычислить объем тела вращения. (2 балл)

Задача 3. Найти площадь поверхности, образованной вращением части кривой $y^2 = 4 + x$ (при $x \leq 2$) вокруг оси OX . (2 балл)

Задача 4. Исследовать на сходимость: $\int_1^{+\infty} \frac{\sin x}{x^2 + 2\sqrt{x}} dx$. (1 балл)

Задача 5. Исследовать на сходимость: $\int_0^1 \frac{dx}{\sin^2 x}$. (1 балл)

Баллы к рейтингу: min -4, max -7.

Вариант 25.

Задача 1. Найти площадь фигуры, ограниченную кривой: $\rho = a(1 + \sin \varphi)$. (1 балл)

Задача 2. Фигура, ограниченная гиперболой $y = \frac{5-x}{x-1}$ и прямой $y = 5 - x$, вращается вокруг оси OY . Вычислить объем тела вращения. (2 балла)

Задача 3. Найти длину дуги кривой $\begin{cases} x = a(3 \cos t - \cos 3t) \\ y = a(3 \sin t - \sin 3t) \end{cases}$ от $t = 0$ до $t = \pi/2$. (2 балла)

Задача 4. Исследовать на сходимость: $\int_1^{+\infty} \frac{\operatorname{tg}(1/x)}{1+x\sqrt{x}} dx$. (1 балл)

Задача 5. Исследовать на сходимость: $\int_1^3 \frac{(3x+4)}{x^3 \sqrt[3]{\ln x}} dx$. (1 балл)

Баллы к рейтингу: min -4, max -7.

Вариант 26.

Задача 1. Вычислить площадь фигуры, ограниченной окружностями $\rho = 6 \cos \varphi$ и $\rho = 3\sqrt{2}$ и расположенной вне второй из них. (1 балл)

Задача 2. Фигура, ограниченная линиями: $y = \frac{x^2}{2} + 2x + 2$ и $y = 2$, вращается вокруг оси OY . Вычислить объем тела вращения. (2 балла)

Задача 3. Вычислить площадь поверхности, образованной вращением вокруг оси OX той части кривой $\begin{cases} x = a \cos^3 t \\ y = a \sin^3 t \end{cases}$, для которой $x \geq \frac{a}{8}$. (2 балла)

Задача 4. Исследовать на сходимость: $\int_1^{+\infty} \frac{2 + \cos x}{\sqrt{x}} dx$. (1 балл)

Задача 5. Исследовать на сходимость: $\int_0^1 \frac{\operatorname{tg} x dx}{\sqrt{1-x^2}}$. (1 балл)

Баллы к рейтингу: min -4, max -7.

Вариант 27.

Задача 1. Вычислить площадь плоской фигуры, ограниченной линией $\begin{cases} x = 8 \cos^3 t \\ y = 2 \sin^3 t \end{cases}$ для $x \geq 1$. (1 балл)

Задача 2. Вычислить объем тела, образованного вращением фигуры вокруг оси OX , ограниченной линиями: $2y = x^2$, $2x + 2y - 3 = 0$. (2 балла)

Задача 3. Вычислить длину дуги линии $x = \frac{1}{3} \cdot (3 - y)\sqrt{y}$ между точками, абсциссы которых равны нулю. (2 балла)

Задача 4. Исследовать на сходимость: $\int_2^{+\infty} \frac{3 + \arcsin(1/x)}{1+x\sqrt{x}} dx$. (1 балл)

Задача 5. Исследовать на сходимость: $\int_0^1 \frac{\cos^2 x}{(1-x)^2} dx$. (1 балл)

Баллы к рейтингу: min -4, max -7.

Вариант 28.

Задача 1. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями: $\begin{cases} x = 4 \cos t \\ y = 2 \sin t \end{cases}, y = 1$, содержащей точку $A(0, 2)$. (1 балл)

Задача 2. Фигура, ограниченная линиями: $y = \operatorname{tg} x, y = \operatorname{ctg} x, y = \sqrt{3}$, вращается вокруг оси OX . Вычислить объем тела вращения. (2 балл)

Задача 3. Вычислить площадь поверхности, образованной вращением лемнискаты $\rho^2 = a^2 \cos 2\varphi$ вокруг полярной оси. (2 балл)

Задача 4. Исследовать на сходимость: $\int_2^{+\infty} \frac{dx}{\sqrt[3]{x^6 + 3} \operatorname{arctg}(1 + x^2)}$. (1 балл)

Задача 5. Исследовать на сходимость: $\int_0^1 \frac{2 + \sin x}{(x - 1)^2} dx$. (1 балл)

Баллы к рейтингу: $\min -4, \max -7$.

Вариант 29.

Задача 1. Найти площадь фигуры, ограниченной кривыми $\rho = \sqrt{3} \sin \varphi, \rho = 1 + \cos \varphi$ и расположенной внутри каждой из них. (1 балл)

Задача 2. Фигура, ограниченная линиями: $y = e^{-2x} - 1, y = e^{-x} + 1, x = 0$, вращается вокруг оси OX . Найти объем тела вращения. (2 балл)

Задача 3. Вычислить площадь поверхности, образованной вращением вокруг оси OY дуги кривой $x^2 = 4 + y$, отсекаемой прямой $y = 2$. (2 балл)

Задача 4. Исследовать на сходимость: $\int_1^{+\infty} (1 - \cos \frac{2}{\sqrt[4]{x}}) dx$. (1 балл)

Задача 5. Исследовать на сходимость: $\int_0^2 \frac{dx}{\sqrt[3]{(x - 2)^2(x^2 + 4x + 3)} \cdot \ln(3 - x)}$. (1 балл)

Баллы к рейтингу: $\min -4, \max -7$.

Вариант 30.

Задача 1. Найти площадь фигуры, ограниченной кривой $\rho = a \cos 3\varphi$. (1 балл)

Задача 2. Фигура, ограниченная кривой: $y = 2 \sin x$ и ветвью тангенсоиды $y = \operatorname{tg} x$, проходящей через начало координат, вращается вокруг оси OX . Вычислить объем тела вращения. (2 балл)

Задача 3. Вычислить длину дуги кривой $y = \frac{\sqrt{x}}{3}(x - 3)$ между точками, ординаты которых равны нулю. (2 балла)

Задача 4. Исследовать на сходимость: $\int_1^{+\infty} (1 - \cos \frac{3}{\sqrt{x}}) dx$. (1 балл)

Задача 5. Исследовать на сходимость: $\int_0^1 \frac{(5x + 2)}{\sqrt[3]{(x^2 - 1)(x^3 - 1)}} dx$. (1 балл)

Баллы к рейтингу: $\min -4, \max -7$.